|  |
| --- |
| МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ |
| «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ» |
| **Озерский технологический институт –** |
| филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ» |
| **(ОТИ НИЯУ МИФИ)** |

УТВЕРЖДАЮ

Директор \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ И.А. Иванов

«\_\_\_\_\_\_ »\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_2021 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**

УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

**«МАТЕМАТИКА»**

|  |  |
| --- | --- |
| **Направление подготовки:** | **15.03.05** Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств. |
| **Профиль:** | Технология машиностроения |
| **Программа**  **бакалавриата:** | Технология машиностроения |
| **Квалификация (степень) выпускника:** | бакалавр |
| **Форма обучения:** | очная |

г. Озёрск,

2021 г.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | лекции |  | практики |  |
| 1 семестр | 68 | 4 ч/нед. | 68 | 4 ч/нед. |
| 2 семестр | 68 | 4 ч/нед. | 68 | 4 ч/нед. |
| 3 семестр | 68 | 4 ч/нед. | 68 | 4 ч/нед. |

1. **ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Целями освоения учебной дисциплины «Математика» являются:

* формирование личности студентов, развитие их интеллекта и способностей к логическому и алгоритмическому мышлению,
* обучение основным математическим методам, необходимым для анализа и моделирования процессов и явлений, при поиске оптимальных решений тех или иных задач теории и практики и выборе наилучших способов реализации этих решений,
* обучение методам обработки и анализа результатов наблюдений и экспериментов,
* выработка навыков самостоятельного изучения математики.

1. **МЕСТО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП ВПО**

Место дисциплины в РУП: дисциплина «Математика» (Б1.О.02.01) является обязательной дисциплиной естественнонаучного модуля (Б1.О.02).

Изучение данной дисциплины в 1-ом семестре базируется на знаниях элементарной математики в объеме средней школы, во 2-м и 3-м семестрах – также и на знаниях дисциплины «Математика», полученных в предыдущих семестрах.

1. **КОМПЕТЕНЦИИ СТУДЕНТА, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ / ОЖИДАЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБРАЗОВАНИЯ И КОМПЕТЕНЦИИ СТУДЕНТА ПО ЗАВЕРШЕНИИ ОСВОЕНИЯ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Универсальные компетенции выпускников и индикаторы их достижения

|  |  |
| --- | --- |
| **Код и наименование компетенции** | **Код и наименование индикатора достижения компетенции** |
| УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | З-УК-1 Знать методики сбора и обработки информации; актуальные российские и зарубежные источники информации в сфере профессиональной деятельности; метод системного анализа  У-УК-1 Уметь применять методики поиска, сбора и обработки информации; осуществлять критический анализ и синтез информации, полученной из разных источников  В-УК-1 Владеть методами поиска, сбора и обработки, критического анализа и синтеза информации; методикой системного подхода для решения поставленных задач |
| УКЕ-1 Способен использовать знания естественнонаучных дисциплин, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в поставленных задачах | З-УКЕ-1 Знать основные законы естественнонаучных дисциплин, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования  У-УКЕ-1 Уметь использовать математические методы в технических приложениях, рассчитывать основные числовые характеристики случайных величин, решать основные задачи математической статистики; решать типовые расчетные задачи  В-УКЕ-1 Владеть методами математического анализа и моделирования; методами решения задач анализа и расчета характеристик физических систем, основными приемами обработки экспериментальных данных, методами работы с прикладными программными продуктами |

**Студент должен знать:**

1. Определение вектора с геометрической точки зрения. Линейные операции над векторами, скалярное, векторное, смешанное произведение векторов, их свойства.
2. Основные понятия аналитической геометрии на плоскости и в пространстве: декартовы, полярные, цилиндрические и сферические координаты, расстояние между точками в декартовых координатах, способы задания линий на плоскости, поверхностей в пространстве.
3. Способы задания прямой на плоскости и в пространстве (общий, канонический, параметрический). Общее уравнение плоскости.
4. Канонические уравнения кривых и поверхностей второго порядка. Фокальные свойства. Изображение кривых и поверхностей второго порядка, заданных каноническими уравнениями. Метод сечений исследования поверхности по ее уравнению.
5. Понятие матрицы. Действия над матрицами. Обратная матрица. Ранг матрицы. Собственные числа и собственные векторы матрицы.
6. Понятие определителя квадратной матрицы, его свойства.
7. Понятие системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ).
8. Основные операции над множествами: объединение, пересечение, дополнение, прямое произведение множеств.
9. Понятие числовой последовательности и ее предела. Свойства пределов.
10. Основные элементарные функции, их свойства и графики. Производные и первообразные основных элементарных функций.
11. Понятие предела функции одной и нескольких переменных. Свойства пределов. «Замечательные» пределы.
12. Понятие бесконечно малой и бесконечно большой в точке функции.
13. Понятие непрерывной функции. Понятие точек разрыва функции и их классификацию. Свойства функций, непрерывных на отрезке.
14. Понятие экстремума (локального, глобального, условного).
15. Формулу Тейлора.
16. Понятие производной и первообразной, их свойства. Таблицу производных и таблицу первообразных.
17. Понятие монотонной функции, выпуклой функции.
18. Понятие асимптоты (вертикальной, наклонной, горизонтальной).
19. Понятие интеграла (неопределенного, определенного, несобственного, кратного, криволинейного, поверхностного), их свойства.
20. Основные понятия теории поля: дивергенция, ротор, градиент, поток, циркуляция.
21. Понятие числового и функционального ряда, суммы ряда, сходимости ряда.
22. Основные понятия теории дифференциальных уравнений: дифференциальное уравнение (д.у.); порядок д.у., решение д.у., общее решение д.у., частное решение д.у., обыкновенное д.у., задача Коши для д.у. 1-го порядка, задача Коши для д.у. n-го порядка, д.у. с разделяющимися переменными, однородные д.у., линейные д.у. 1-го и n-го порядка, уравнение Бернулли, уравнение в полных дифференциалах, интегрирующий множитель.
23. Виды д.у. 1-го порядка.
24. Структуру общего решения линейного однородного и линейного неоднородного дифференциальных уравнений.
25. Метод подбора частного решения ЛНДУ с правой частью – квазимногочленом.
26. Понятие случайного события, невозможного и достоверного события. Операции над событиями.
27. Понятие вероятности события. Способы задания вероятности. Правила вычисления вероятностей.
28. Условная вероятность.
29. Полная система гипотез, формула полной вероятности, формула Байеса.
30. Схема независимых испытаний Бернулли, формула Бернулли.
31. Понятие непрерывной и дискретной случайной величины, законы распределения, их графическое изображение. Функция распределения и плотность распределения случайной величины, их свойства.
32. Числовые характеристики дискретных и непрерывных случайных величин: математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратичное отклонение.
33. Нормальный, показательный законы распределения, графики плотности и функции распределения и числовые характеристики.
34. Понятие повторных независимых испытаний. Биномиальный закон распределения.
35. Понятие независимых и зависимых случайных величин. Ковариация и коэффициент корреляции.
36. Понятие генеральной и выборочной совокупности.
37. Выборочные характеристики: средняя арифметическая, дисперсия, среднее квадратичное отклонение.
38. Точечные оценки вероятности, математического ожидания, дисперсии.
39. Понятие доверительной вероятности и доверительного интервала.
40. Понятие статистической гипотезы и статистического критерия.

**Студент должен уметь:**

1. Определять координаты точки в разных системах координат.
2. Находить координаты вектора с заданными концами, его длину.
3. Выполнять линейные операции с векторами, заданными в координатной форме или геометрически.
4. Находить скалярное, векторное и смешанное произведения векторов, заданных в координатной или любой другой форме.
5. Применять векторы для решения следующих задач аналитической геометрии: вычисление углов, проекций, расстояний, площадей треугольников и параллелограммов, нахождение уравнение прямой на плоскости, плоскости в пространстве, прямой в пространстве.
6. Определять тип кривой или поверхности второго порядка, заданной канонически уравнением и изображать графически.
7. Исследовать форму поверхностей методом сечений.
8. Решать системы линейных уравнений.
9. Выполнять действия с матрицами. Находить матрицу, обратную данной.
10. Вычислять определители.
11. Находить собственные векторы и собственные значения матрицы.
12. Изображать множества, заданные неравенствами. Находить объединения, пересечения, дополнения и прямые произведения множеств.
13. Вычислять пределы последовательностей и функций.
14. Исследовать функцию на непрерывность.
15. Дифференцировать функции. Находить уравнение касательной к графику функции.
16. Строить графики функций (основных элементарных функций – по памяти; с помощью элементарных преобразований; с помощью первой и высших производных).
17. Исследовать локальное поведение функций одной и нескольких переменных, определять координаты стационарных точек и выяснить характер этих точек.
18. Находить уравнения касательных плоскостей и нормали к поверхности.
19. Находить первообразные, пользуясь таблицами неопределенных интегралов.
20. Вычислять кратные, криволинейные и поверхностные интегралы. Вычислять средние значения функций, площади плоских фигур, длины дуг, объемы.
21. Определять основные виды дифференциальных уравнений 1-го порядка (с разделяющимися переменными, однородные, линейные, в полных дифференциалах, Бернулли) и находить их решения.
22. Решать д.у. старших порядков методом понижения порядка.
23. Решать ЛОДУ с постоянными коэффициентами. Находить частное решение для ЛНДУ с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.
24. Решать ЛНДУ методом вариации произвольных постоянных (методом Лагранжа).
25. Вычислять вероятность случайного события по классическому способу задания вероятности; по геометрическому способу.
26. Вычислять вероятность суммы и произведения случайных событий.
27. Вычислять вероятность появления события заданное число раз в схеме независимых испытаний Бернулли (в т.ч. и в предельных случаях).
28. Вычислять числовые характеристики случайных величин: математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратичное отклонение.
29. Вычислять вероятность попадания нормальной случайной величины в заданный интервал.
30. Уметь пользоваться правилом трех сигм.
31. Получать графическое изображение вариационных рядов (гистограмму, полигон, эмпирическую функцию распределения).
32. Вычислять выборочные среднее арифметическое, дисперсию, среднее квадратичное отклонение.
33. Находить точечные оценки вероятности, математического ожидания, дисперсии.

**Студент должен владеть:** первичными навыками и основными методами решения математических задач из общеинженерных и специальных дисциплин направления.

1. **СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 17 кредитов, 612 часов.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **1 семестр** | | | | | | |
| **Контроль** | **Академических часов** | | | | | **З.е.** |
| **Всего** | **Лекции** | **Практики** | **СР** | **Контроль** |
| Экзамен | 216 | 68 | 68 | 44 | 36 | 6 |
| **2 семестр** | | | | | | |
| **Контроль** | **Академических часов** | | | | | **З.е.** |
| **Всего** | **Лекции** | **Практики** | **СР** | **Контроль** |
| Экзамен | 216 | 68 | 68 | 44 | 36 | 6 |
| **3 семестр** | | | | | | |
| **Контроль** | **Академических часов** | | | | | **З.е.** |
| **Всего** | **Лекции** | **Практики** | **СР** | **Контроль** |
| Экзамен | 180 | 68 | 68 | 17 | 27 | 5 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№**  **п/п** | **Раздел**  **учебной**  **дисциплины** | **Недели** | **Виды учебной деятельности, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость**  **(в часах)** | | | **Текущий контроль успеваемости**  ***(неделя, форма)*** | **Аттестация**  **раздела**  **(неделя, форма)** | **Максимальный**  **балл за раздел** |
| *Лекции* | *Практич.*  *занятия /*  *семинары* | *Лаборат. работы* |
| **1 семестр** | | | | | | | | |
| **1** | **Векторная**  **алгебра** | **1**  **-**  **6** | **12** | **12** | **–** | 2 нед.: ИДЗ-1  3 нед.: ИДЗ-2  5 нед.: ИДЗ-3 | 6 нед.: КР-1  7 нед.: КЛ-1 | **5** |
| **2** | **Линейная алгебра (матрицы, определители, СЛАУ)** | **7**  **-**  **11** | **10** | **10** | **–** | 10 нед.: ИДЗ-4  12 нед.: ИДЗ-5 | 11 нед.: КР-2 | **5** |
| **3** | **Аналитическая геометрия (прямая и плоскость, кривые и поверхности 2-го порядка)** | **12**  **-**  **17** | **12** | **12** | **–** | 13 нед.: ИДЗ-6  14 нед.: ИДЗ-7  15 нед.: ИДЗ-8  17 нед.: ИДЗ-9 | 13 нед.: О-1  14 нед.: О-2  16 нед.: О-3  17 нед.: КР-3 | **10** |
| **4** | **Предел числовой последовательности. Предел функции** | **1**  **-**  **7** | **14** | **14** | **–** | 4 нед.: ИДЗ-10 | 4 нед.: КР-4 | **5** |
| **5** | **Предел функции. Непрерывность** | **8**  **-**  **10** | **6** | **6** | **–** | 10 нед.: ИДЗ-11 | 7 нед.: О-4  10 нед.: КР-5  9 нед.: КЛ-2 | **5** |
| **6** | **Дифференцирование функции. Полное исследование функции и построение графиков** | **11**  **-**  **17** | **14** | **14** | **–** | 11 нед.: ИДЗ-12  13 нед.: ИДЗ-13  14 нед.: ИДЗ-14  15 нед.: ИДЗ-15  16 нед.: ИДЗ-16  17 нед.: ИДЗ-17 | 11 нед.: О-5  13 нед.: О-6  14 нед.: КР-6  17 нед.: КР-7 | **20** |
| **7** | ЭКЗАМЕН | | | | | | | **50** |
| Итого за **1** семестр: | | | | | | | | **100** |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№**  **п/п** | **Раздел**  **учебной**  **дисциплины** | **Недели** | **Виды учебной деятельности, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость**  **(в часах)** | | | **Текущий контроль успеваемости**  ***(неделя, форма)*** | **Аттестация**  **раздела**  **(неделя, форма)** | **Максимальный**  **балл за раздел** |
| *Лекции* | *Практич.*  *занятия /*  *семинары* | *Лаборат. работы* |
| **2 семестр** | | | | | | | | |
| **1** | **Интегралы**  **(неопределенные, определенные,**  **несобственные)** | **1**  **-**  **7** | **22** | **26** | **–** | 4 нед.: ИДЗ-1  6 нед.: ИДЗ-2 | 1 нед.: О-1  4 нед.: КР-1  6 нед.: КР-2 | **20** |
| **2** | **Функции многих переменных** | **8**  **-**  **11** | **20** | **18** | **–** | 11 нед.: ИДЗ-3 | 11 нед.: КР-3  11 нед.: КЛ-1 | **10** |
| **3** | **Интегралы (кратные, криволинейные, поверхностные)** | **12**  **-**  **16** | **20** | **20** | **–** | 14 нед.: ИДЗ-4 | 14 нед.: КР-4 | **10** |
| **4** | **Теория поля** | **17** | **6** | **4** | **–** | 17 нед.: ИДЗ-5 | 17 нед.: КР-5 | **10** |
| **5** | ЭКЗАМЕН | | | | | | | **50** |
| Итого за **2** семестр: | | | | | | | | **100** |
| **3 семестр** | | | | | | | | |
| **1** | **Дифференциальные уравнения** | **1**  **-**  **5** | **20** | **26** | **–** | 7 нед.: ИДЗ-1 | 4 нед.: КР-1  3 нед.: О-1  6 нед.: КР-2  8 нед: КЛ-1 | **20** |
| **2** | **Числовые и функциональные ряды** | **6**  **-**  **12** | **18** | **12** | **–** | 8 нед.: ИДЗ-2  10 нед.: ИДЗ-3 | 10 нед.: КР-3 | **10** |
| **3** | **Теория вероятностей и элементы математической статистики** | **13**  **-**  **17** | **30** | **30** | **–** | 13 нед.: ИДЗ-4  16 нед.: ИДЗ-5  17 нед.: ИДЗ-6 | 13 нед.: КР-4  16 нед.: КР-5 | **20** |
| **4** | ЭКЗАМЕН | | | | | | | **50** |
| Итого за **3** семестр: | | | | | | | | **100** |

**1 СЕМЕСТР**

**Векторная алгебра**

Понятие вектора. Линейные операции над векторами. Понятие о линейной зависимости системы векторов. Геометрический смысл линейной зависимости.

Базисы на плоскости и в пространстве, разложение вектора по базису. Проекция вектора на ось и ее свойства.

Скалярное, векторное, смешанное и двойное векторное произведения векторов, их свойства, выражение через координаты векторов-сомножителей. Условия ортогональности, коллинеарности, компланарности векторов.

**Системы координат, их преобразования**

Декартовы системы координат на плоскости и в пространстве. Переход от одной декартовой системы координат к другой. Полярные, цилиндрические и сферические системы координат.

**Элементы линейной алгебры**

Матрицы. Операции над матрицами. Определитель квадратной матрицы. Обратная матрица. Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре. Теорема о сохранении ранга при элементарных преобразованиях матрицы.

Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Критерий совместности СЛАУ (теорема Кронекера - Капелли). Количество решений СЛАУ (в зависимости от ранга матрицы системы и числа неизвестных). Метод Гаусса решения СЛАУ. Однородные СЛАУ. Фундаментальная система решений (ФСР). Собственные числа и собственные векторы матриц.

**Прямая на плоскости. Прямая и плоскость**

Способы задания линий на плоскости, линий и поверхностей в пространстве. Алгебраические линии и поверхности. Прямая на плоскости. Различные виды уравнения прямой, нормальное уравнение. Основные задачи.

Плоскость в пространстве. Различные виды уравнения плоскости. Нормальное уравнение плоскости. Расстояние от точки до плоскости. Неполные уравнения плоскостей.

Прямая в пространстве. Общее задание, канонические и параметрические уравнения. Переход от одного способа задания к другому.

Основные задачи на плоскость и прямую: расстояние от точки до прямой в пространстве, угол между прямыми и плоскостями, проекции точки на плоскость и прямую, условия пересечения двух прямых, скрещивания двух прямых.

**Кривые и поверхности второго порядка**

Эллипс, гипербола, парабола, их свойства. Эксцентриситет и директрисы эллипса, гиперболы и параболы.

Общее уравнение кривой второго порядка, приведение его к каноническому виду с помощью переноса начала координат и поворота осей.

Эллипсоиды, гиперболоиды, параболоиды, конус и цилиндры 2-го порядка. Их канонические уравнения. Метод сечений.

Цилиндрические и конические поверхности.

**Введение в математический анализ**

Множества, отображение множеств, счетные и несчетные множества. Операции над множествами. Высказывания и предикаты, операции над ними. Кванторы.

Числовая последовательность и ее предел. Свойства сходящихся последовательностей. Арифметические свойства сходящихся последовательностей. Фундаментальные последовательности. Критерий Коши существования предела.

Бесконечно малая и бесконечно большая последовательности. Монотонные последовательности. Существование предела у монотонной ограниченней последовательности. Число ***е***. Лемма о последовательности стягивающихся отрезков. Подпоследовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса.

**Предел функции**

Функция. Предел функции в точке (по Коши и по Гейне), эквивалентность 2-х определений

предела функции в точке. Понятия об односторонних пределах. Критерий Коши существования предела функции. Свойства пределов функции.

Бесконечно большая в точке функция, ее свойства. Бесконечно малая в точке функция, ее свойства. Эквивалентные в точке функции. О-символика.

Непрерывность функции в точке и на множестве. Свойства непрерывных в точке функций. Непрерывность сложной функции. Точки разрыва функции и их классификация.

Теоремы Вейерштрасса об ограниченности и достижении наибольшего и наименьшего значений непрерывной на отрезке функции. Теорема о промежуточных значениях непрерывной на отрезке функции. Равномерная непрерывность функции на множестве. Теорема Кантора.

**Дифференцируемость функции**

Понятие производной функции в точке, ее геометрический смысл. Касательная и нормаль к графику функции, их уравнения. Непрерывность в точке функции, имеющей в этой точке производную. Арифметические правила вычисления производных (производная суммы\разности, произведения, частного). Производная сложной и обратной функций. Производные основных элементарных функций (таблица производных).

Дифференцируемость функции в точке. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости функции в точке. Дифференциал функции в точке, его свойства и геометрический смысл. Приближенные вычисления с помощью дифференциала. Инвариантность формы дифференциала 1-го порядка. Производная функции, заданной параметрически. Производные и дифференциалы высших порядков.

Локальный экстремум. Теорема Ферма. Теорема Ролля. Теорема Лагранжа о конечных приращениях. Теорема Коши о конечных приращениях.

Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей.

Многочлен Тейлора, его свойства. Формула Тейлора. Единственность коэффициентов разложения в формуле Тейлора. Остаточный член формулы Тейлора в форме Пеано, Лагранжа и Коши. Формулы Тейлора (Маклорена) для основных элементарных функций.

Условия постоянства и монотонности функций на отрезке. Экстремумы функции. Необходимое условие экстремума функции. Достаточные условия экстремума функции (исследование по первой и высшим производным). Выпуклые функции, условия выпуклости функций. Точки перегиба графика функции. Асимптоты графика функции. Общая схема построения графика функции.

**2 СЕМЕСТР**

**Неопределенный интеграл**

Первообразная функция и неопределенный интеграл. Таблица основных интегралов. Основные свойства неопределенных интегралов. Замена переменной в неопределенном интеграле. Интегрирование по частям.

Интегрирование простейших дробей. Разложение рациональных дробей на простейшие. Интегрирование рациональных функций.

Интегрирование выражений, содержащих тригонометрические функции. Интегрирование некоторых иррациональных выражений.

**Определенный интеграл**

Определенный интеграл и его свойства. Ограниченность интегрируемой функции. Классы интегрируемых функций. Теорема о среднем.

Интеграл с переменным верхним пределом, его свойства. Формула Ньютона-Лейбница. Вычисление определенного интеграла по частям и при помощи подстановки.

Геометрические приложения определенных интегралов (вычисление площадей плоских фигур в декартовых и полярных координатах, вычисление объемов, вычисление длины дуги кривой).

Несобственные интегралы 1-го и 2-го рода, их основные свойства. Признаки сходимости. Абсолютная и условная сходимости.

**Функции многих переменных**

Пространство R*n*, евклидово пространство. Основные понятия (шар, окрестность, внутренняя и граничная точка, ограниченное множество, замкнутое и открытое множество, компакт, связное множество). Функции многих переменных. Понятие предела последовательности точек и предела функции в пространстве R*n*. Непрерывность функции многих переменных в точке и на множестве, основные свойства непрерывных функций.

Частные производные. Дифференцируемость в точке функции многих переменных. Необходимое условие дифференцируемости функции в точке. Достаточное условие дифференцируемости. Связь дифференцируемости функции в точке с ее непрерывностью в этой точке. Дифференциал функции многих переменных. Приближенные вычисления с помощью дифференциала. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.

Дифференцирование сложной функции. Производная по направлению. Градиент функции. Частные производные высших порядков. Теорема о независимости результата дифференцирования от порядка дифференцирования. Дифференциалы высших порядков.

Формула Тейлора для функции многих переменных. Локальный экстремум функций многих переменных. Необходимое условие локального экстремума. Достаточное условие экстремума. Критерий Сильвестра.

Условный экстремум. Методы исследования на условный экстремум. Метод множителей Лагранжа. Наибольшее и наименьшее значение непрерывной функции на компакте.

**Интегралы: кратные, криволинейные, поверхностные**

Двойные интегралы и их свойства. Сведение двойного интеграла к повторным (случай прямоугольной и произвольной области). Замена переменных в двойных интегралах. Якобиан отображения. Вычисление якобиана при переходе к полярным координатам.

Тройной интеграл и его свойства. Вычисление тройного интеграла. Замена переменных в тройном интеграле. Якобиан отображения (случай сферических и цилиндрических координат). Геометрические и физические приложения кратных интегралов (вычисление площади, объема, массы, координат центра тяжести, момента инерции).

Кривая, спрямляемые кривые, длина кривой. Криволинейный интеграл I рода, сведение к интегралу по отрезку.

Ориентированные кривые. Криволинейный интеграл II рода, его свойства. Сведение криволинейного интеграла II рода к интегралу по отрезку. Связь между криволинейными интегралами I и II рода. Формула Грина. Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования.

Поверхность, площадь поверхности. Касательная плоскость и нормаль. Поверхностные интегралы I рода. Поверхностные интегралы I рода, их свойства, методы вычисления поверхностных интегралов I рода.

Поверхностные интегралы II рода, их свойства. Основные методы вычисления. Связь поверхностных интегралов I и II рода. Формула Гаусса – Остроградского. Формула Стокса.

**Элементы теории поля**

Скалярное и векторное поле. Градиент. Дивергенция. Ротор. Их свойства. Оператор Гамильтона (набла). Поток и циркуляция векторного поля. Формулы Гаусса – Остроградского и Стокса в терминах теории поля. Потенциальное и соленоидальное поле. Дифференциальные операции второго порядка. Основные тождества теории поля.

**3 СЕМЕСТР**

**Числовые и функциональные ряды**

Числовые ряды. Необходимое условие сходимости. Действия с рядами. Ряды с положительными членами. Признаки сходимости (сравнения, Коши, Даламбера). Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимости. Знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница.

Функциональные ряды. Понятие равномерной сходимости. Мажорантный признак Вейерштрасса. Свойства равномерно сходящихся рядов.

Степенные ряды. Теорема Коши-Адамара о круге сходимости степенного ряда. Характер сходимости степенного ряда в круге его сходимости. Свойства степенных рядов.

Ряды Фурье. Сходимость рядов Фурье. Экстремальное свойство частичных сумм рядов Фурье.

**Дифференциальные уравнения**

Понятие дифференциального уравнения и его решения. Теорема существования и единственности задачи Коши (без док-ва).

Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения. Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка. Уравнения Бернулли. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель и методы его нахождения.

Уравнения, допускающие понижение порядка.

ЛОДУ. Свойства решений. Определитель Вронского. ЛНДУ. Метод вариации произвольной постоянной. ЛОДУ с постоянными коэффициентами. Свойства решений. Случай действительных различных корней характеристического уравнения. ЛОДУ с постоянными коэффициентами. Свойства решений. Случай кратных действительных корней характеристического уравнения. ЛОДУ с постоянными коэффициентами. Свойства решений. Случай комплексных корней характеристического уравнения. Выделение действительных решений. Линейные неоднородные уравнения с правой частью – квазимногочленом (подбор частного решения).

**Случайные события**

Правило суммы и правило произведения. Формула включения \ исключения. Выборка, объем выборки. Повторная и бесповторная, упорядоченная и неупорядоченная выборки. Основные виды выборок: сочетания, размещения, перестановки. Число сочетаний, размещений, перестановок.

Элементарный исход, событие. Достоверное и невозможное событие. Операции над событиями. Несовместные события. Способы задания вероятностей: статистический, классический, геометрический. Задача о «встрече». Пространство элементарных исходов, событие (как подмножество пространства элементарных исходов), понятие σ-алгебры событий. Функция вероятности события, аксиомы вероятности, вероятностная тройка.

Свойства функции вероятности. Теорема о вероятности суммы двух событий.

Условная вероятность. Независимые события. Теорема о вероятности произведения двух событий.

Полная система гипотез. Формула полной вероятности и формула Байеса.

Схема независимых испытаний Бернулли. Формула Бернулли. Предельные случаи в схеме независимых испытаний Бернулли (формула Пуассона, локальная и интегральная формула Муавра-Лапласа).

**Случайные величины**

Понятие случайной величины. Функция распределения случайной величины и ее свойства. Дискретная случайная величина и ее ряд распределения. Непрерывные случайные величины. Функция плотности распределения вероятности и ее свойства.

Числовые характеристики случайных величин: математическое ожидание, дисперсия. Их свойства. Асимметрия и эксцесс, мода и медиана. Начальные и центральные моменты.

Распределения дискретных случайных величин: Бернулли, биномиальное, геометрическое, Пуассона. Их основные характеристики. Распределения непрерывных случайных величин: равномерное, нормальное и показательное распределения. Их основные числовые характеристики.

Понятие многомерной случайной величины и закон ее распределения. Функция распределения многомерной случайной величины. Плотность вероятности двумерной случайной величины. Условные законы распределения. Числовые характеристики двумерной случайной величины.

Зависимые и независимые случайные величины. Ковариация и коэффициент корреляции. Двумерный нормальный закон распределения. Функция случайных величин. Композиция законов распределения.

Неравенство Маркова (лемма Чебышева). Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли. Центральная предельная теорема. Теорема Ляпунова.

**Элементы математической статистики**

Вариационные ряды и их графическое изображение. Средние величины. Показатели вариации. Начальные и центральные моменты вариационного ряда.

Общие сведения о выборочном методе. Понятие оценки параметров. Методы нахождения оценок. Понятие интервального оценивания. Доверительная вероятность.

Статистическая гипотеза и общая схема ее проверки. Построение теоретических законов распределения по экспериментальным данным. Проверка гипотез о законе распределения.

1. **ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ**

Образовательный процесс по дисциплине строится на основе комбинации образовательных технологий. При освоении разделов дисциплины используется сочетание видов учебной деятельности (лекции, практические занятия, самостоятельная работа студента) с использованием интерактивных форм проведения занятий в аудитории, а также с использованием **дистанционных** форм проведения занятий.

Используемые образовательные технологии при изучении данной дисциплины:

* модульно-рейтинговое обучение;
* обсуждение в группах;
* творческое задание;
* дискуссия;
* деловая игра;
* анализ конкретных ситуаций (кейс-метод);
* интерактивная лекция;
* тренинг;
* коллоквиум;
* методика «дерево решений»;
* методика «мозговой штурм»;
* проблемное обучение.

Интерактивные формы проведения занятий составляют 65 часов общего объема аудиторных занятий.**ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **1 СЕМЕСТР** | | |
| **ОТЧЕТНЫЕ МЕРОПРИЯТИЯ** | | **Срок**  **сдачи**  **(неделя)** |
| **Коллоквиум (КЛ)** | | |
| **КЛ-1** | Векторная алгебра. | 7 |
| **КЛ-2** | Функция и ее предел | 9 |
| **Контрольные работы (КР)** | | |
| **КР-1** | Векторная алгебра. | 6 |
| **КР-2** | Линейная алгебра (матрицы и определители, решение СЛАУ). | 11 |
| **КР-3** | Аналитическая геометрия. | 17 |
| **КР-4** | Предел числовой последовательности | 4 |
| **КР-5** | Вычисление пределов функций. Непрерывность функции | 10 |
| **КР-6** | Дифференцирование функции | 14 |
| **КР-7** | Исследование функции и построение ее графика | 17 |
| **Опросы (О)** | | |
| **О-1** | Уравнения прямой на плоскости. | 13 |
| **О-2** | Уравнения плоскости. | 14 |
| **О-3** | Кривые и поверхности 2-го порядка. | 16 |
| **О-4** | «Замечательные» пределы и эквивалентные функции | 7 |
| **О-5** | Таблица производных и правила дифференцирования | 11 |
| **О-6** | Формула Тейлора | 13 |
| **Индивидуальные домашние задания (ИДЗ)** | | |
| **ИДЗ-1** | Операции над векторами. Базис векторов. | 2 |
| **ИДЗ-2** | Координаты вектора. Проекция вектора на ось | 3 |
| **ИДЗ-3** | Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов | 5 |
| **ИДЗ-4** | Матрицы и определители | 10 |
| **ИДЗ-5** | СЛАУ. Собственные числа и векторы матрицы | 12 |
| **ИДЗ-6** | Прямая на плоскости | 13 |
| **ИДЗ-7** | Уравнения плоскости | 14 |
| **ИДЗ-8** | Плоскость и прямая в пространстве | 15 |
| **ИДЗ-9** | Кривые и поверхности 2-го порядка | 17 |
| **ИДЗ-10** | Предел числовой последовательности | 4 |
| **ИДЗ-11** | Предел функции. Непрерывность функции | 10 |
| **ИДЗ-12** | Вычисление производных | 11 |
| **ИДЗ-13** | Касательная и нормаль. Дифференциал функции | 13 |
| **ИДЗ-14** | Производные старших порядков | 14 |
| **ИДЗ-15** | Формула Тейлора | 15 |
| **ИДЗ-16** | Графики функций. Часть I | 16 |
| **ИДЗ-17** | Графики функций. Часть II | 17 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **2 СЕМЕСТР** | | |
| **ОТЧЕТНЫЕ МЕРОПРИЯТИЯ** | | **Срок**  **сдачи**  **(неделя)** |
| **Коллоквиум (КЛ)** | | |
| **КЛ-1** | Функции многих переменных | 11 |
| **Контрольные работы (КР)** | | |
| **КР-1** | Неопределенный интеграл | 4 |
| **КР-2** | Определенный интеграл и его приложения | 6 |
| **КР-3** | Функции многих переменных | 11 |
| **КР-4** | Кратные интегралы | 14 |
| **КР-5** | Теория поля | 17 |
| **Опросы (О)** | | |
| **О-1** | Таблица интегралов | 1 |
| **Индивидуальные домашние задания (ИДЗ)** | | |
| **ИДЗ-1** | Неопределенный интеграл | 4 |
| **ИДЗ-2** | Определенный интеграл | 6 |
| **ИДЗ-3** | Функции многих переменных | 11 |
| **ИДЗ-4** | Кратные интегралы | 14 |
| **ИДЗ-5** | Теория поля | 17 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **3 СЕМЕСТР** | | |
| **ОТЧЕТНЫЕ МЕРОПРИЯТИЯ** | | **Срок**  **сдачи**  **(неделя)** |
| **Коллоквиум (КЛ)** | | |
| **КЛ-1** | Дифференциальные уравнения | 8 |
| **Контрольные работы (КР)** | | |
| **КР-1** | Дифференциальные уравнения 1-го порядка | 4 |
| **КР-2** | Метод подбора частного решения для ЛНДУ *n*-го порядка с постоянными коэффициентами с правой частью специального вида | 6 |
| **КР-3** | Числовые и функциональные ряды | 10 |
| **КР-4** | Случайные события | 13 |
| **КР-5** | Случайные величины | 16 |
| **Опросы (О)** | | |
| **О-1** | Основные виды дифференциальных уравнений 1-го порядка | 3 |
| **Индивидуальные домашние задания (ИДЗ)** | | |
| **ИДЗ-1** | Дифференциальные уравнения | 7 |
| **ИДЗ-2** | Числовые ряды | 8 |
| **ИДЗ-3** | Функциональные ряды | 10 |
| **ИДЗ-4** | Случайные события | 13 |
| **ИДЗ-5** | Случайные величины | 16 |
| **ИДЗ-6** | Элементы математической статистики | 17 |

1. **УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

***Основная литература:***

1. **Горлач Б.А. Линейная алгебра:** Учебное пособие для ВПО/ Б.А. Горлач. - СПб: Лань, 2012. -480 с: ил.
2. **Практикум и индивидуальные задания по векторной алгебре и аналитической геометрии (**типовые расчеты): Учебное пособие для ВПО. - СПб: Лань, 2013. -288 с.
3. **Михайлова И.Г. Матрицы и определители:** Учебное пособие для вузов/ И.Г. Михайлова. - Озерск: ОТИ МИФИ, 2009. -104 с.
4. **Зёрнышкина Е.А. Векторы. Сборник заданий.** – Озерск: ОТИ НИЯУ МИФИ, 2019 г. – 128 с.
5. **Зёрнышкина Е.А. Аналитическая геометрия. Часть 1. Прямые и плоскости** – Озерск: ОТИ НИЯУ МИФИ, 2019 г. – 83с.
6. **Курс математики для технических высших учебных заведений. Ч. 1.** Аналитическая геометрия. Пределы и ряды. Функции и производные. Линейная и векторная алгебра: Учебное пособие для студентов вузов, обучающихся по инженер.-техн. специальностям. Гриф УМО/ В. Г. Зубков, В. А. Ляховский, А. И. Мартыненко, В. Б. Миносцев; Под ред. В. Б. Миносцева, Е. А. Пушкаря.- 2-е изд., испр. - СПб; М; Краснодар: Лань, 2013. -542 с.
7. **Шершнев В.Г.** **Математический анализ:** Учебное пособие для ВПО. УМО./ В. Г. Шершнев. - М: ИНФРА, 2014. -288 с.
8. **Акопян О.В.** **Неопределенный интеграл**: Учебно-методическое пособие/ О.В. Акопян, Р.Р. Акопян. - Озерск: ОТИ НИЯУ МИФИ, 2020. -43 с.
9. **Ананьина Е.В.** **Формула Тейлора и ее приложения**: Учебное пособие для вузов/ Ананьина Е.В.. -Озерск: ОТИ НИЯУ МИФИ, 2020. -89 с.
10. **Ананьина Е.В. Исследование функций и построение графиков:** Учебное пособие/ Е.В. Ананьина. - Озерск: ОТИ НИЯУ МИФИ, 2013. -168 с.
11. **Курс математики для технических высших учебных заведений**. Ч. 2. Функции нескольких переменных. Интегральное исчисление. Теория поля: Учебное пособие для студентов вузов, обучающихся по инженер.-техн. специальностям. Гриф УМО/ В. А. Ляховский, А. И. Мартыненко, В. Б. Миносцев; Под ред. В. Б. Миносцева, Е. А. Пушкаря. -Изд. 2-е, испр. -СПб; М; Краснодар: Лань, 2013. -428 с.
12. **Е.А. Зёрнышкина Дифференциальное исчисление функции многих переменных.** Озёрск, ОТИ НИЯУ МИФИ, 2020.
13. **Краснов М.Л. Обыкновенные дифференциальные уравнения :** Учебное пособие/ М.Л. Краснов, А.И. Киселев, Г.И. Макаренко. 7-е изд. - М: Книжный дом "ЛИБРОКОМ", 2009. -256 с.
14. **Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям:** Учебное пособие. ВПО/ А.Ф. Филиппов. - Изд. 4-е. - М: Книжный дом "ЛИБРОКОМ", 2011. -240 с. - (Классический учебник МГУ).
15. **Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика**/ В.Е.Гмурман. -12-е изд. - М: Юрайт, 2014. -479 с.
16. **Палий И.А. Теория вероятностей** : Учеб. пособие для ВПО. УМО/ И.А. Палий. -М: ИНФРА, 2014. -236 с.
17. **Свешников А.А. Прикладные методы теории вероятности**: Учебник для ВПО/ А.А. Свешников; Под ред. О.И. Зайца. -Спб: Лань, 2012. -480 с.

***Дополнительная литература:***

1. **Ильин В.А., Поздняк Э.Г. «Линейная алгебра»,** М.: Наука, 2003.
2. **Ильин В.А., Поздняк Э.Г. «Аналитическая геометрия»,** М.: Наука, 2002
3. **Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры.** М., Наука, 2003.
4. **Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии.** М., Наука, 2005.
5. **Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике (типовые расчеты),** СПб., «Лань», 2005.
6. **Михайлова И.Г. Сборник заданий по аналитической геометрии:** Пособие для вузов/ Михайлова И.Г. – Озерск: ОТИ МИФИ, 2007.
7. **Шипачев В.С.** **Высшая математика. М.,** Высшая школа, 2001
8. **Ильин В.А., Поздняк Э.Г. Основы математического анализа** (т.1,2). М., Наука, 2005.
9. **Демидович Б.П.** Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М., Наука, 2002.
10. **Акопян Р.Р. Преобразование Лапласа и его приложения**. ОТИ МИФИ, Озерск-2003.
11. **Акопян Р.Р. Преобразование Лапласа. Примеры решения задач.** Контрольные задания. ОТИ МИФИ, Озерск, 2004.
12. **Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения:** Дифференциальные уравнения. Учебник/ Л.Э.Эльсгольц. - Изд. 7-е. - Киров: Издательство ЛКИ, 2008. – 320 с.
13. **Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике**. Высшая школа. М., 2003.
14. **Михайлова И.Г. Сборник заданий по теории вероятностей и математической статистике.** Озерск, ОТИ МИФИ, 2003.

***Программное обеспечение и Интернет-ресурсы.***

1. **Электронно-библиотечная система НИЯУ МИФИ** ( [www.library.mephi.ru](http://www.library.mephi.ru) )
2. **Электронно-библиотечная система изд-ва «ЛАНЬ»**([www.e.lanbook.com](http://www.e.lanbook.com))
3. **Электронно-библиотечная система образовательных и просветительских изданий IQLIb** ([www.IQlib.ru](http://www.IQlib.ru))
4. **Электронно-библиотечная система IPRbooks** ( [www.ipbooksshop.ru](http://www.ipbooksshop.ru) )
5. **МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Помимо классических средств (мел, доска) используются мультимедийные (компьютер, проектор для демонстрации слайдов к лекциям).

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС НИЯУ МИФИ по направлению подготовки **15.03.05** Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств.

Автор(ы): заведующий кафедрой высшей математики, к.п.н. Ананьина Е.В.

Рецензент(ы): доцент кафедры математического анализа ИЕНиМ УрФУ им. первого Президента России Б.Н.Ельцина, заведующий отделом теории приближения функций ИММ УрО РАН, к.ф.-м.н. Акопян Р.Р.

Программа утверждена на заседании кафедры высшей математики (протокол №1 от 31.08.2021).