|  |
| --- |
| МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ» |
| **Озерский технологический институт –** |
| филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего  образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ» |

**Практические работы**

**по математике**

**для студентов 1 курса СПО**

**всех специальностей**

21. 02. 05 «Земельно-имущественные отношения»

08. 02. 09 «Монтаж, наладка и эксплуатация электрооборудования промышленных и гражданских зданий»

14. 02. 02 «Радиационная безопасность»

08. 02. 01 «Строительство и эксплуатация зданий и сооружений»

15. 02. 08 «Технология машиностроения»

11. 02. 014 «Электронные приборы и устройства»

Разработала Лазарева Н. П., преподаватель математики

Одобрено

на заседании ПЦК

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

«\_\_\_»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**Пояснительная записка**

Самостоятельная работа является обязательной для каждого студента и определяется учебным планом. С целью оптимизации такой работы, мной был разработан комплекс, включающий 16 практических работ по математике, которые предназначены для организации самостоятельной внеаудиторной работы студентов всех специальностей

1 курса СПО и содержат необходимый теоретический материал по теме, примеры на его применение и задания для самостоятельного выполнения. Так же к каждой практической работе прилагается инструкционная карта по её выполнению.

**Практическая работа №1**

**Выполнение действий над комплексными числами в алгебраической форме**

**Цель работы:**

1. Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Выполнение действий над комплексными числами в алгебраической форме»*.*
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.
3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности студентов.
   * + 1. **Необходимый теоретический материал**

Комплексным числом называется число вида z = a+bi, где a и b - действительные числа, а i – мнимая единица (i2 = -1).

Запись комплексного числа в виде z = a+bi называется алгебраической формой записи комплексного числа.

Два комплексных числа z1 = a1+b1 i и z2 = a2+b2 i называются равными тогда и только тогда, когда равны их действительные части и равны их мнимые части: a1 = a2, b1 = b2.

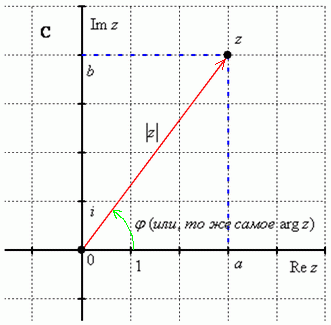
Понятия «больше» и «меньше» для комплексных чисел не вводятся.

Два комплексных числа вида z = a+bi и называются взаимно сопряжёнными

Комплексные числа вида a+bi и - a - bi называются противоположными.

Всякое комплексное число z = a+bi можно изобразить точкой М(а; в) плоскости Оxy и, наоборот, каждую точку координатной плоскости М(а; в) можно рассматривать как прообраз комплексного числа z = a+bi. Плоскость, на которой изображаются комплексные числа, называется комплексной плоскостью.

Комплексное число z = a+bi можно так же изобразить в виде радиус – вектора



Длина вектора r = |z| = называется модулем комплексного числа.

Угол , образованный вектором c положительным направлением оси Ox называется аргументом комплексного числа:

Суммой комплексных чисел z1 и z2 называется число вида:

z1 + z2 = (a1+a2) + (b1 +b2)i

Разностью комплексных чисел z1 и z2 называется число вида:

z1 - z2 = (a1- a2) + (b1 - b2)i

Произведением комплексных чисел z1 и z2 называется число вида:

z1 •z2 = (a1a2 –b1b2) + (a1 b2 +a2 b1)i

Частным комплексных чисел z1 и z2 называется число вида:

* + - 1. **Примеры.**

Даны комплексные числа z1 = 1-2 i и z2 = 1+ i. Вычислить:

а) |z1| и |z2|;

б) z1 + z2;

в) z1 - z2;

г) z1 •z2;

д) .

Решение:

а) |z1|= = ;

|z2| =

б) z1 + z2 =

в) z1 - z2 =

г) z1 •z2 =

д)

* + - 1. **Задания к практической работе.**

Даны комплексные числа z1 и z2. Вычислить:

а) |z1| и |z2|; б) z1 + z2; в) z1 - z2; г) z1 • z; д) .

**В а р и а н т 1**

1. z1 = 5 - i и z2 = 1+3 i;
2. z1 = - 1+3 i и z2 = 6 - 5 i.

**В а р и а н т 2**

1. z1 = 3 - 4 i и z2 = 1+ i;
2. 2) z1 = 5 - 2 i и z2 = -2 + i.

**В а р и а н т 3**

1. z1 = 7 - 2 i и z2 = 5+3 i;

2) z1 = - 5+ i и z2 = 1+2 i.

**В а р и а н т 4**

1) z1 = - 2+3 i и z2 = 5 - 4 i;

2) z1 = 6 - 5 i и z2 = 1+ i.

**ИНСТРУКЦИОННАЯ КАРТА**

для проведения практической работы №1

**Тема занятия:** Выполнение действий над комплексными числами в алгебраической форме.

**Цель выполнения работы:**

1. Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Выполнение действий над комплексными числами в алгебраической форме»*.*
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.

**Необходимо знать:** понятие комплексного числа, понятие модуля комплексного числа, правила нахождения суммы, разности, произведения, частного комплексных чисел.

**Необходимо уметь:** применять правила нахождения модуля, суммы, разности, произведения, частного комплексных чисел на практике.

**Оборудование (приборы, материалы, дидактическое обеспечение):**

основные теоретические положения; задание и инструкционная карта для проведения практического занятия.

**Порядок выполнения работы, методические указания:**

- ознакомиться с теоретическими положениями по данной теме;

- изучить схему решения задач;

- выполнить задания практической работы;

- сформулировать вывод;

- подготовить отчёт о выполненной работе.

**Содержание отчета:** отчет по практической работе должен содержать: основные определения, рассуждения по решению задач, необходимые вычисления, ответ; вывод по работе.

**Практическая работа №2**

**Выполнение тождественных преобразований рациональных и иррациональных выражений**

**Цель работы:**

1. Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Выполнение тождественных преобразований рациональных и иррациональных выражений»*.*
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.
3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности студентов.
   * + 1. **Необходимый теоретический материал**

Выражениями в алгебре называют записи, состоящие из чисел и букв, соединенных знаками действий.

; ; ;  – алгебраические выражения.

В зависимости от операций различают рациональные и иррациональные выражения.

Алгебраические выражения называют рациональными, если относительно входящих в него букв *а*, *b*, *с*, … не выполняется никаких других операций, кроме операций сложения, умножения, вычитания, деления и возведения в целую степень.

Алгебраические выражения, содержащие операции извлечения корня из переменной или возведения переменной в рациональную степень, не являющуюся целым числом, называются иррациональными относительно этой переменной.

Тождественным преобразованием данного выражения называется замена одного выражения другим, тождественно равным ему на некотором множестве.

В основе тождественных преобразований рациональных и иррациональных выражений лежат следующие теоретические факты:

1. Свойства степеней с целым показателем:

, *n*∈ N; *а*1=*а*;

, *n*∈ N, *а*≠0; *а*0=1, *а*≠0;

, *а*≠0;

, *а*≠0;

, *а*≠0;

, *а*≠0, *b*≠0;

, *а*≠0, *b*≠0.

2. Формулы сокращенного умножения:

; ;

; ;

где *а*, *b*, *с* – любые действительные числа;

, где *а*≠0, *х*1 и *х*2 – корни уравнения .

3. Основное свойство дроби и действия над дробями:

, где *b*≠0, *с*≠0;

; ;

; .

4. Определение арифметического корня и его свойства:

; , *b*≠0; ;

; ; ,

где *а*, *b* – неотрицательные числа, *n*∈ N, *n*≥2, *m*∈ N, *m*≥2.

**2. Примеры**

Ответ:

1. = =

Ответ:

3) = =

Ответ:

**3. Задания к практической работе.**

**В а р и а н т 1**

Упростить выражение:

а) ; д) и).

б) ; е)

в) ; ж)

г) ; з)

**В а р и а н т 2**

Упростить выражение:

а) ; д) и) .

б) ; е)

в) ; ж)

г) ; з) ;

**В а р и а н т 3**

Упростить выражение:

а) ; д) ; и)

б) ; е) +

в) ; ж) ;

г) ; з)

**В а р и а н т 4**

Упростить выражение:

а) г) ; ж) и) :

б) ; д) ; з)

в) е)

**ИНСТРУКЦИОННАЯ КАРТА**

для проведения практической работы №2

**Тема занятия:** Преобразование рациональных и иррациональных выражений

**Цель выполнения работы:**

1. Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Выполнение тождественных преобразований рациональных и иррациональных выражений».

2. Закрепить и систематизировать знания по теме.

**Необходимо знать:** свойства степеней с целым показателем; формулы сокращенного умножения; основное свойство дроби и действия над дробями; определение арифметического корня и его свойства.

**Необходимо уметь:** применять основные теоретические факты при тождественном преобразовании выражений.

**Оборудование (приборы, материалы, дидактическое обеспечение):**

основные теоретические положения; задание и инструкционная карта для проведения практического занятия.

**Порядок выполнения работы, методические указания:**

- ознакомиться с теоретическими положениями по данной теме;

- изучить схему решения задач;

- выполнить задания практической работы;

- сформулировать вывод;

- подготовить отчёт о выполненной работе.

**Содержание отчета:** отчет по практической работе должен содержать: основные определения, рассуждения по решению задач, необходимые вычисления, ответ; вывод по работе.

**Практическая работа №3**

**Выполнение тождественных преобразований логарифмических и показательных выражений**

**Цель работы:**

1. Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Выполнение тождественных преобразований логарифмических и показательных выражений»*.*
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.
3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности студентов.
   * + 1. **Необходимый теоретический материал.**
4. **Логарифмические выражения**

Основные формулы, которые надо знать, чтобы справиться с логарифмами:

1. loga x + loga y = loga (x · y)
2. loga x − loga y = loga (x : y)
3. loga xn = n · loga x
4. x =

Кроме того, надо уметь заменять корни и дроби на степени с рациональным показателем, иначе в некоторых выражениях выносить из под знака логарифма будет просто нечего. Формулы замены:

Переход от корня к степени и от дроби к степени

**Примеры.**

Найти значения выражений:  
log6 270 − log6 7,5

Решение. Первое выражение преобразуется как разность логарифмов:  
log6 270 − log6 7,5 = log6 (270 : 7,5) = log6 36 = 2;  
Для вычисления второго выражения придется выделять степени - как в основании, так и в аргументе. Для начала найдем внутренний логарифм:

Затем — внешний:

Ответ: 2; 3; −1,5

Конструкции вида loga logb x многим кажутся сложными и непонятыми. А между тем, это всего лишь логарифм от логарифма, т.е. loga (logb x). Сначала вычисляется внутренний логарифм (положим logb x = c), а затем внешний: loga c.

**б) Показательные выражения**

Будем называть показательным выражением любую конструкцию вида ak, где числа a и k — произвольные постоянные, причем a > 0. Ниже приведены основные формулы, которые обязательно надо знать.

1. an · am = an + m;
2. an / am = an − m;
3. (an)m = an · m;
4. (a · b)n = an · bn;
5. (a : b)n = an : bn.

Если встретилось сложное выражение со степенями, и не понятно, как к нему подступиться, используют универсальный прием — разложение на простые множители. В результате большие числа в основаниях степеней заменяются простыми и понятными элементами. Затем останется лишь применить указанные выше формулы — и задача будет решена.

**Примеры.**

Найти значения выражений: 79 · 311 : 218, 247 : 36 : 165, 306 : 65 : 252.

Решение. Разложим все основания степеней на простые множители:  
79 · 311 : 218 = 79 · 311 : (7 · 3)8 = 79 · 311 : (78 · 38) = 79 · 311 : 78 : 38 = 7 · 33 = 189.   
247 : 36 : 165 = (3 · 23)7 : 36 : (24)5 = 37 · 221 : 36 : 220 = 3 · 2 = 6.  
306 : 65 : 252 = (5 · 3 · 2)6 : (3 · 2)5 : (52)2 = 56 · 36 · 26 : 35 : 25 : 54 = 52 · 3 · 2 = 150.

Ответ: 189; 6; 150

**в) Комбинированные задачи**

Если знать формулы, то все показательные и логарифмические выражения решаются буквально в одну строчку. Однако степени и логарифмы могут объединяться, образуя довольно неслабые комбинации. Из определения логарифма вытекают две формулы, которые постоянно встречаются в реальных задачах. Эти формулы позволяют заменить знак логарифма нормальными числами:

1. loga an = n

В чистом виде они, как правило, не встречаются, поэтому общая схема решения комбинированных задач выглядит так:

1. Записать там, где это возможно, числа в виде степеней. Например, 25 = 52, 16 = 24, 27 = 33... дальше сами. Корни и дроби тоже надо заменить степенями по уже известным формулам:  
   Переход от корня к степени и от дроби к степени
2. Избавиться от степеней в основаниях логарифмов, если они там есть. Затем все множители, стоящие перед знаком логарифма, нужно внести в аргумент. Например,

5 · log7 2 = log7 25 = log7 32.

1. Воспользоваться формулами замены логарифмов, которые приведены выше. Как правило, этого будет достаточно.

На первый взгляд эта схема кажется громоздкой и далеко не оптимальной. Но стоит немного потренироваться — и комбинированные задачи будут решаться за несколько секунд.

**Примеры.**

Найти значения выражений:

Решение. Будем действовать по схеме. Для первого выражения все очевидно:

Вычисление логарифма по основанию 7

Для второго выражения заметим, что

Вычисление логарифма по основанию 8

Поэтому имеем:

Аналогично поступим с третьим выражением:

Вычисление логарифма по основанию 25

В результате получим:

Ответ: 45; 16; 3

1. **Задания к практической работе**

**Вариант 1**

**1.**Вычислите: .

**2.**Вычислите: .

**3.**Вычислите: .

**4.**Вычислите: .

**5.**Вычислите: 

**6.** Вычислите: 

**7.** Вычислите: .

**8.**Найдите , если .

**9.** Найдите , если .

**10.**Найдите , если .

**11.** Вычислите значение выражения: 

**12.** Вычислите значение выражения: 

**13.** Вычислите значение выражения: 

**Вариант 2**

**1.**Вычислите: .

**2.**Вычислите: .

**3.** Вычислите: .

**4.**Вычислите: .

**5.**Вычислите:  .

**6.** Вычислите: 

**7.** Вычислите: 

**8.** Найдите , если .

**9**.  Найдите , если .

**10.** Найдите.

**11.**Вычислите значение выражения: .

**12.**Вычислите значение выражения: .

**13.** Вычислите значение выражения: .

**Вариант 3**

**1.**Вычислите: .

**2.**Вычислите: .

**3.**Вычислите: .

**4.**Вычислите: .

**5.** Вычислите: 

**6.** Вычислите: .

**7.** Вычислите: 

**8.** Найдите , если .

**9.** Найдите , если .

**10.** Найдите , если .

**11.** Вычислите значение выражения: 

**12.** Вычислите значение выражения: 

**13.** Вычислите значение выражения: 

**Вариант 4**

**1.**Вычислите: .

**2.**Вычислите: .

**3.** Вычислите: .

**4.** Вычислите: 

**5.** Вычислите: 

**6.** Вычислите: 

**7.** Вычислите: 

**8.**Найдите , если .

**9.**Найдите , если .

**10.** Найдите , если .

**11.** Вычислите значение выражения: 

**12.** Вычислите значение выражения: 

**13.** Вычислите значение выражения: 

**ИНСТРУКЦИОННАЯ КАРТА**

для проведения практической работы №3

**Тема занятия:** Выполнение тождественных преобразований логарифмических и показательных выражений.

**Цель выполнения работы:**

1. Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Выполнение тождественных преобразований логарифмических и показательных выражений»*.*
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.

**Необходимо знать:** основныесвойства логарифмов и степеней, общую схему решения комбинированных задач.

**Необходимо уметь:** применять основные теоретические факты при тождественном преобразовании выражений.

**Оборудование (приборы, материалы, дидактическое обеспечение):**

основные теоретические положения; задание и инструкционная карта для проведения практического занятия

**Порядок выполнения задания, методические указания:**

- ознакомиться с теоретическими положениями по данной теме;

- изучить схему решения задач;

- выполнить задания практической работы;

- сформулировать вывод;

- подготовить отчёт о выполненной работе.

**Содержание отчета:** отчет по практической работе должен содержать: основные определения, рассуждения по решению задач, необходимые вычисления, ответ; вывод по работе.

**Практическая работа №4**

**Выполнение тождественных преобразований тригонометрических выражений**

**Цель работы:**

1. Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Выполнение тождественных преобразований тригонометрических выражений»*.*
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.
3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности студентов.
   * + 1. **Необходимый теоретический материал**
4. Радианная мера – градусная: рад\*

Градусная мера – радианная: n0\*

1. Основные тригонометрические тождества:



1. Формулы сложения:



1. Формулы суммы и разности тригонометрических функций:



1. Формулы двойного аргумента:

sin2

cos2

cos2

cos2

tg2

1. Формулы половинного аргумента или формулы понижения степени:







1. Формулы преобразования произведения тригонометрических функций в сумму:







1. Формулы приведения:

если аргумент вида () или () – приводимая функция не меняется;

если аргумент вида () или () – приводимая функция меняется на кофункцию.

**Знак полученной функции определяется по приводимой функции** (первоначальной)

* + - 1. **Примеры.**

1. Найти значение выражения, если ctg α = 8:

**Решение:**  http://klass-matematiki.ru/wp-includes/js/tinymce/plugins/wordpress/img/trans.gifПрименив формулы приведения, получим:

=

С учетом этих упрощений имеем:

= =

Ответ: - 8.

1. Упростить выражение:

19 +

**Решение:**

19 -

1. Вычислить:

**Решение:**  В числителе – формула двойного угла, в знаменателе после сокращения на косинус – тоже формула двойного угла.

* + - 1. **Задания к практической работе.**

**Вариант № 1**

1. Упростить выражение: 3cos2α - 6 + 3sin2α
2. Найти значение выражения: 4cos2x + 2 , если sin2x = 0,6
3. Упростить выражение:
4. Найти значение выражения:
5. Найти значение выражения:
6. Найти значение выражения 169sin2x, если cosx = - , - π < x < 0

**Вариант № 2**

1. Упростить выражение: 9cos2α - 16 + 9sin2α
2. Найти значение выражения: 3 - 2tg2x · cos2x, если sinx = 0,1
3. Упростить выражение:
4. Найти значение выражения:
5. Найти значение выражения:
6. Найти значение выражения:

**Вариант № 3**

1. Упростить выражение: -3cos2α + 8 - 3sin2α
2. Найти значение выражения: 3 + 2tg2x · cos2x, если sinx = 0,3
3. Упростить выражение:
4. Найти значение выражения:
5. Найти значение выражения:
6. Найти значение выражения 26sin2x,   если

**Вариант № 4**

1. Упростить выражение: 1,5cos2α - 6,5 + 1,5sin2α
2. Найти значение выражения: 7sin2x - 3, если cos 2x = 0,7
3. Упростить выражение:
4. Найти значение выражения:
5. Найти значение выражения:
6. Найти значение выражения 7tg2α,   если

**ИНСТРУКЦИОННАЯ КАРТА**

для проведения практической работы №4

**Тема занятия:** Выполнение тождественных преобразований тригонометрических выражений

**Цель выполнения работы:**

1. Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Выполнение тождественных преобразований тригонометрических выражений»*.*
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.

**Необходимо знать:** основные тригонометрические тождества; формулы сложения;

формулы суммы и разности тригонометрических функций; формулы двойного аргумента; формулы половинного аргумента или формулы понижения степени; формулы преобразования произведения тригонометрических функций в сумму; формулы приведения:

**Необходимо уметь:** применять основные теоретические факты при тождественном преобразовании выражений.

**Оборудование (приборы, материалы, дидактическое обеспечение):**

основные теоретические положения; задание и инструкционная карта для проведения практического занятия.

**Порядок выполнения работы, методические указания:**

- ознакомиться с теоретическими положениями по данной теме;

- изучить схему решения задач;

- выполнить задания практической работы;

- сформулировать вывод;

- подготовить отчёт о выполненной работе.

**Содержание отчета:** отчет по практической работе должен содержать: рассуждения по решению задач, необходимые вычисления, ответ; вывод по работе.

**Практическая работа №5**

**Преобразования графиков функций**

**Цель работы:**

1. Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Построение графика функции

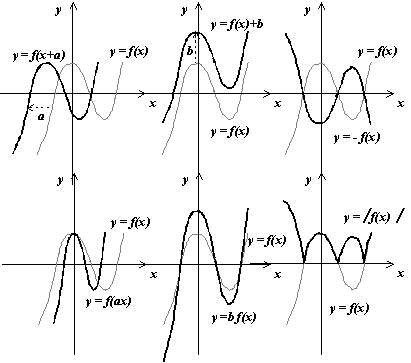
*y* = *kf*(*mx* - *b)* + *a* по заданному графику элементарной функции *y = f*(*x*)»*.*

1. Закрепить и систематизировать знания по теме.
2. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности студентов.
   * + 1. **Необходимый теоретический материал**

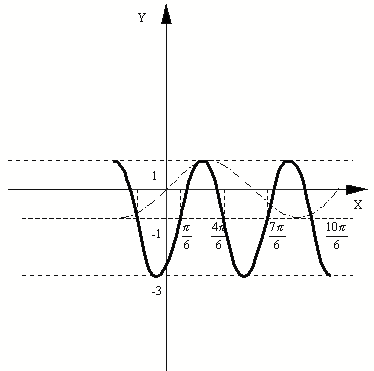
Зная, как строить график функции *y = f*(*x*),где*y = kx + b, y = ax2+bx +c*, *y = xk, kЄR*, *y = sin x,*

*y = cosx, y = tgx, y = ctgx,* y =http://uztest.ru/jsmath/jsMath/fonts/cmmi10/alpha/120/char3B.pngy = , можно построить график функции *y* = *kf*(*mx* - *b)* + *a.*

|  |  |
| --- | --- |
| **Функция** | **Преобразование графика функции *y = f*(*x*)** |
| y = f(x)+а | Сдвиг вдоль оси OY на |а| единиц: вверх, если а>0, и вниз, если а<0. |
| y = f(x-b)  y = kf(x) | Сдвиг вдоль оси OX на |*b|* единиц: вправо, если *b* > 0, и влево, если *b* < 0.  Растяжение вдоль оси OY в *k* раз, если k > 1, и сжатие в 1/*k* раз, если 0 < k < 1. |
| y = f(mx) | Сжатие вдоль оси OX в *m* раз, если m > 1, и растяжение в 1/*m* раз, если 0 < m < 1. |
| y = - f(x)  y = f(- x)  y = |f(x)| | Симметричное отражение относительно оси OX.  Симметричное отражение относительно оси OY.  Часть графика, расположенная ниже оси OX, симметрично отражается относительно этой оси, остальная его часть остается без изменения. |
| y = f(|x|) | Часть графика, расположенная в области x ≥ 0, остается без изменения и симметрично отображается относительно оси OY, а его часть, расположенная в области x < 0 исчезает. |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |



* + - 1. **Примеры.**

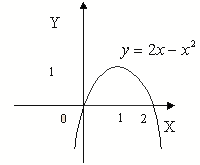
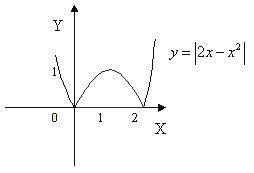


1. Построить график функции

y=

Последовательность построений:

1. y =
2. y = — сжатие вдоль оси OX в 2 раза графика y =
3. y = — сдвиг предыдущего графика на вправо вдоль оси OX.
4. y = — растяжение предыдущего графика в 2 раза вдоль оси OY.
5. — сдвиг предыдущего графика на 1 вниз вдоль оси OY.
6. Построить график функции y =
7. Строим график функции y = — это парабола, ветви которой направлены вниз. Точки пересечения с осью OX: , . Координаты вершины: , .
8. Построив этот график, отобразим часть графика, лежащую ниже оси OX, симметрично вверх. (В точках пересечения графика с осью OX – изломы, т.е. острые углы).



**3. Задания к практической работе.**

**Вариант 1**

С помощью преобразования графиков соответствующих функций постройте графики заданных функций:

а)

б)

в)

г)

д)

е)

ж)

**Вариант 2**

С помощью преобразования графиков соответствующих функций постройте графики заданных функций:

а)

б)

в)

г)

д)

е)

ж)

**Вариант 3**

  С помощью преобразования графиков соответствующих функций постройте графики заданных функций.

а)

б)

в)

г)

д)

е)

ж)

**Вариант 4**

С помощью преобразования графиков соответствующих функций постройте графики заданных функций.

а)

б)

в)

г)

д)

е)

ж)

**ИНСТРУКЦИОННАЯ КАРТА**

для проведения практической работы №5

**Тема занятия:** Преобразование графиков функций

**Цель выполнения работы:**

1. Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Построение графика функции *y* = *kf*(*mx* - *b)* + *a* по заданному графику элементарной функции

*y = f*(*x*)»*.*

1. Закрепить и систематизировать знания по теме.

**Необходимо знать:** как из графика функции*y = f*(*x*) получить график функции

*y* = *kf*(*mx* - *b)* + *a.*

**Необходимо уметь:** строить графики элементарных функций *y = kx + b, y = ax2+bx +c*, *y = xk, kЄR*, *y = sin x, y = cosx, y = tgx, y = ctgx,* y =http://uztest.ru/jsmath/jsMath/fonts/cmmi10/alpha/120/char3B.pngy = ,

**Оборудование (приборы, материалы, дидактическое обеспечение):**

основные теоретические положения; задание и инструкционная карта для проведения практического занятия.

**Порядок выполнения работы, методические указания:**

- ознакомиться с теоретическими положениями по данной теме;

- изучить схему решения задач;

- выполнить задания практической работы;

- сформулировать вывод;

- подготовить отчёт о выполненной работе.

**Содержание отчета:** отчет по практической работе должен содержать: рассуждения по выполнению заданий, рисунок, вывод по работе.

**Практическая работа №6**

**Решение рациональных уравнений и неравенств**

**Цель работы:**

1. Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Решение рациональных уравнений и неравенств»*.*
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.
3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности студентов.
   * + 1. **Необходимый теоретический материал**

**Определение 1.** Рациональным уравнением называется уравнение вида , где ,  **-** многочлены.

***Основными методами решения рациональных уравнений являются*:**

1. Приведение рационального выражения к общему знаменателю и решение полученного уравнения.
2. Разложение на множители.
3. Введение новых неизвестных и сведение исходного уравнения к квадратному или другому простому уравнению относительно новых неизвестных.

При решении рациональных уравнений необходимо обязательно учесть:

1) [область определения](http://fizmat.by/math/domain) уравнения;

2) дробь превращается в ноль, когда [числитель](http://fizmat.by/math/fraction#fraction_2) равен нулю.

Таким образом, http://fizmat.by/pic/MATH/page151/form3.gif

* + - 1. **Примеры.**

1. Решить уравнение:



**Решение.**





 Ответ: - 2,2; 6.

2) Решить уравнение:



**Решение.**







** x = - 8

Ответ: - 8.

3) Решить уравнение: (*x*2 *+* 2*х*)2 - (*х +* 1)2 = 0.

**Решение.** Применяя формулу a2- b2=(a - b)(a + b), имеем

(*x*2 + 2*х*)2 - (*х* + 1)2 = (*x*2 + 2*х* – *х* - 1)(*х*2 + 2*х* + *х* + 1) = (*х*2 + *х* - 1)(*х*2 + 3*х* + 1).

Тогда данное уравнение равносильно совокупности уравнений:

*х*2 + *х* – 1 = 0, *х*2 + 3*х* + 1 = 0,

откуда получаем, что решения исходного уравнения есть ,

Ответ*:* ,

4) Решить уравнение:

**Решение.** Сгруппируем 1-ый и 4-ый, 2-ой и 3-ий множители и перемножим их:

Пусть , тогда

Ответ:

**Определение 2.** Рациональные неравенства – неравенства вида  (<,0), где ,  **-** многочлены.

***Основной метод решения рациональных неравенств – метод интервалов.***

*Алгоритм метода интервалов:*

1. Найти ОДЗ.
2. Найти все нули функции, превратив неравенство в соответствующее уравнение.
3. Нанести нули на ОДЗ, обозначить все полученные интервалы.
4. На каждом интервале проверить, выполняется неравенство или нет, взяв для этого по одному числу на каждом интервале и подставив его в неравенство.
5. Объединение подходящих интервалов составляет множество решений исходного неравенства.

**Примеры.**

1. Решить неравенство:

В ответ запишите наибольшее целое решение неравенства.

**Решение.** Перенесем дробь из правой части в левую

Приводим к общему знаменателю дроби в левой части неравенства.  
Общим знаменателем будет произведение знаменателей дробей: (*x* - 1)(*x* - 7)(*x* - 2).

Выполним действия (раскроем скобки) в числителе левой части:

2(*x* - 4)(*x* - 2) - (*x* - 1)(*x* - 7) = 2(*x*2 - 6*x* + 8) - (*x*2 - 8*x* + 7) = 2*x*2 - 12*x* + 16 - *x*2 + 8*x* - 7 =

= *x*2 - 4*x* + 9.

Дискриминант многочлена *x*2 - 4*x* + 9 равен 42 - 4·9 = 16 - 36 = -20 < 0. Поэтому разложить на множители числитель дроби нельзя.

Найдем нули числителя и знаменателя. Для этого решим уравнения для каждого множителя в числителе и знаменателе левой части:

*x*2 - 4*x* + 9 = 0, решений нет,

*х* - 1 = 0, *х* = 1,

*x* - 7 = 0, *x* = 7,

*x* - 2 = 0, *x* = 2.

Наносим нули на числовую ось в порядке возрастания. Они разбивают ось на четыре интервала. Для каждого интервала определим знак левой части.

http://www.egematik.ru/img/an01_07.GIF

Для определения знака достаточно выбрать любое число из интервала и подставить в левую часть неравенства. Например, из интервала (2;7) выбираем число 3 и подставляем в левую часть неравенства в каждую из скобок:

*x*2 - 4*x* + 9 > 0 (для всех значений х, так как дискриминант отрицателен);

*x* - 1 > 0 для *х* = 3,

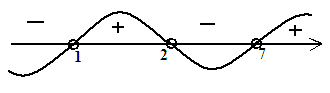
*х* - 7 < 0 для *х* = 3,

*х* - 2 > 0 для *х* = 3.

Если число "минусов" (то есть отрицательных скобок) нечетно, то в итоге на интервале ставим "минус", если число "минусов" четно или они отсутствуют, то на интервале ставим знак "плюс". В нашем случае на интервале (2;7) ставим "минус".

Обратите внимание, что точки на кривой являются "выколотыми" (пустые кружочки). Так отмечаются на оси нули знаменателя левой части.

Теперь проведем через указанные точки кривую знаков (делать это необязательно):



Выбираем те интервалы, где кривая знаков проходит под числовой осью (там где стоят "минусы"): . Это и есть решение нашего неравенства.

Если бы знак неравенства будет другим ( ), то нужно выбирать интервалы, помеченные знаком "плюс".

Заметим, что число 7 не входит в решения системы (выколотая точка), поэтому самым большим целым числом входящим в множество решений будет число 6. Его и запишем в ответ задачи.

Ответ: 6.

2) Решить неравенство:

В ответ запишите сумму всех целых решений неравенства.

**Решение.** Разложим числитель левой части неравенства на скобки.  
Для этого найдем решения уравнения.

*x*2 + 2*x* - 8 = 0,

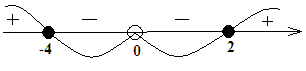
*x*1 = - 4, *x*2 = 2.

Мы получим разложение на множители

*x*2 + 2*x* - 8 = (*x* - *x*1)(*x* - *x*2) = (*x* + 4)(*x* - 2).

Найдем нули числителя и знаменателя: *x*1 = -4, *x*2 = 2, *x*3 = 0.

Нанесем эти числа на ось, при этом нули знаменателя будут выколотыми точками, а нули числителя нет.



Расставим знаки на каждом интервале, с учетом того, что x2 всегда больше или равен нулю. В результате должно получиться то, что изображено на рисунке выше.

Поскольку знак неравенства , то мы выбираем те интервалы, над которыми стоит знак "-".

Записываем решение неравенства, при этом выколотые точки соответствуют круглым скобкам, а закрашенные точки соответствуют квадратным скобкам.

.

Целые решения неравенства: -4, -3, -2, -1, 1, 2.

Их сумма равна - 7.

Ответ: - 7.

* + - 1. **Задания к практической работе.**

**В а р и а н т 1**

1. Решите уравнение:

а) ; б)

2. Решите неравенство:

а) (х+2)(х-4)≤0;

б) 3х2-2х-21≤0;

в) ;

г) 

д) х3+х2-9х-9>0;

е) 

**В а р и а н т 2**

1. Решите уравнение:

а) ; б)

2. Решите неравенство:

а) (х+3)(х-2)≤0;

б) 4х2-3х-10≤0;

в) 

г) 

д) х3+2х2-7х-14<0;

е) 

**В а р и а н т 3**

1. Решите уравнение:

а) ; б)

2. Решите неравенство:

а) (х+4)(х-3)≤0;

б) 20+3х -2х2≥0;

в) 

г) 

д) х3-2х2-5х+10>0;

е) 

**В а р и а н т 4**

1. Решите уравнение:

а) ; б)

2. Решите неравенство:

а)(х+2)(х-5)≤0;

б) 3х2-7х-200;

в) ;

г) 

д) х3+3х2-5х-150; е) 

**ИНСТРУКЦИОННАЯ КАРТА**

для проведения практической работы №6

**Тема занятия:** Решение рациональных уравнений и неравенств.

**Цель выполнения работы:**

1. Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Решение рациональных уравнений и неравенств»*.*
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.

**Необходимо знать:** основные методы решения рациональных уравнений, алгоритм метода интервалов для решения рациональных неравенств.

**Необходимо уметь:** применять основные методы решения рациональных уравнений в каждом конкретном случае, применять метод интервалов при решении рациональных неравенств.

**Оборудование (приборы, материалы, дидактическое обеспечение):**

основные теоретические положения; задание и инструкционная карта для проведения практического занятия.

**Порядок выполнения работы, методические указания:**

- ознакомиться с теоретическими положениями по данной теме;

- изучить схему решения задач;

- выполнить задания практической работы;

- сформулировать вывод;

- подготовить отчёт о выполненной работе.

**Содержание отчета:** отчет по практической работе должен содержать: рассуждения по решению задач, необходимые вычисления, ответ; вывод по работе.

**Практическая работа №7**

**Решение иррациональных уравнений и неравенств**

**Цель работы:**

1. Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Решение иррациональных уравнений и неравенств»*.*
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.
3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности студентов.
   * + 1. **Необходимый теоретический материал**

**Определение.** Иррациональными называются неравенства и уравнения, в которых переменные или рациональные функции находятся под знаком корня.

Обычный способ их решения сводится к освобождению от корней. Следует помнить, что корни четной степени выражения А(х) не существуют, если А(х) меньше нуля. При решении задач необходимо пользоваться следующими эквивалентными преобразованиями:

для уравнений:

1. = B(x)
2. =
   * + 1. **Примеры.**

Решить уравнения:

1.

1. Ответ: 2

Ответ:

Ответ:

1. **Задания к практической работе**

**Вариант 1**

**Решите уравнение:**

**а)** 

**б)** 

**в)** 

**г)** 

**Решите неравенство:**

**а)** 

**б)** http://www.math.md/school/praktikum/iratr/iratiex6x.gif

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | | | |
| **Вариант 3**  **Решите уравнение:** | | | |
| а) |  | |
| б) | |
| в)  г) | |
| **Решите неравенство:**  а)  б) http://www.math.md/school/praktikum/iratr/iratiex4x.gif  **Вариант 4**   |  | | --- | | **Решите уравнение:**  а) | | б) | | в)  г)  **Решите неравенство:**  а)  б) http://www.math.md/school/praktikum/iratr/iratiex7x.gif | | |

**Вариант 2**

**Решите уравнение:**

а) 

б) 

в) 

г) 

**Решите неравенство:**

а) 

б) http://www.math.md/school/praktikum/iratr/iratiex8x.gif

|  |
| --- |
| **ИНСТРУКЦИОННАЯ КАРТА**  для проведения практической работы №7  **Тема занятия:** Решение иррациональных уравнений и неравенств  **Цель выполнения работы:**   1. Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Решение иррациональных уравнений и неравенств»*.* 2. Закрепить и систематизировать знания по теме.   **Необходимо знать:** эквивалентные преобразования освобождения от корней при решении иррациональных уравнений и неравенств.  **Необходимо уметь:** правильноприменять данные преобразования в каждом конкретном случае.  **Оборудование (приборы, материалы, дидактическое обеспечение):**  основные теоретические положения; задание и инструкционная карта для проведения практического занятия.  **Порядок выполнения работы, методические указания:**  - ознакомиться с теоретическими положениями по данной теме;  - изучить схему решения задач;  - выполнить задания практической работы;  - сформулировать вывод;  - подготовить отчёт о выполненной работе.  **Содержание отчета:** отчет по практической работе должен содержать: рассуждения по решению задач, необходимые вычисления, ответ; вывод по работе. |

**Практическая работа №8**

**Решение показательных уравнений и неравенств**

**Цель работы:**

1. Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Решение показательных уравнений и неравенств»*.*
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.
3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности студентов.
   * + 1. **Необходимый теоретический материал**

**Показательными уравнениями и неравенствами считают такие уравнения и неравенства, в которых неизвестное содержится в показателе степени.**

***Показательные уравнения***

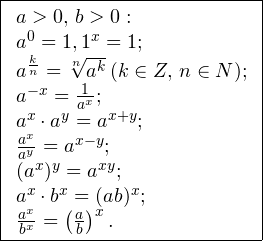
При решении показательных уравнений используются два основных метода: 1) переход от уравнения (1) уравнению ; 2) введение новых переменных. Иногда приходится применять искусственные приемы.

Первый метод решения показательных уравнений основан на следующей теореме:

**Теорема 1.** Показательное уравнение *af*(*x*) = *ag*(*x*) (где *a* > 0, *a* ≠ 1) равносильно уравнению

*f*(*x*) = *g*(*x*).

Помимо этого, полезно помнить об основных формулах и действиях со степенями:



***Показательные неравенства***

Решение показательных неравенств вида , где *а* – положительное число отличное от 1, основано на следующей теореме:

**Теорема 2.** Если *a* > 1, то неравенство *af*(*x*) > *ag*(*x*) равносильно неравенству того же смысла:

*f*(*x*) > *g*(*x*). Если 0 < *a* < 1, то показательное неравенство *af*(*x*) > *ag*(*x*) равносильно неравенству противоположного смысла: *f*(*x*) < *g*(*x*).

**2. Примеры.**

***Показательные уравнения***

**Пример 1.**

Решить уравнение:

4 ∙ 2х = 1.

**Решение.**

Запишем уравнение в виде 22 ∙ 2х = 20, 2х+2 = 20, откуда получаем х + 2 = 0, т.е. х = - 2.

*Ответ: х = - 2.*

**Пример 2.**

Решить уравнение:

23х ∙ 3х = 576.

**Решение.**

Так как 23х = (23)х = 8х, 576 = 242, то уравнение можно записать в виде 8х ∙ 3х = 24x или в виде

24х = 242.

Отсюда получаем х = 2.

*Ответ: х = 2.*

**Пример 3.**

Решить уравнение:

3х+1 – 2∙3х - 2 = 25.

**Решение.**

Вынося в левой части за скобки общий множитель 3х - 2, получаем 3х - 2 ∙ (33 – 2) = 25, 3х - 2∙ 25 = 25,откуда 3х - 2 = 1, т.е. х – 2 = 0, х = 2.

*Ответ: х = 2.*

**Пример 4.**

Решить уравнение:

3х = 7х.

**Решение.**

Так как 7х ≠ 0, то уравнение можно записать в виде = 1, откуда = 1, , х = 0.

*Ответ: х = 0.*

**Пример 5.** Решить уравнение:

[2^{2x+1}-5\cdot 2^x-88=0.](http://yourtutor.info/wp-content/uploads/2012/02/cace76599531b5e581ee8731e76708cb.png)

**Решение.** Т. к., то

2

Используем приведенные выше формулы и подстановку: [~t=2^x.](http://yourtutor.info/wp-content/uploads/2012/02/e070a042fee5a83390a5e7d78fc16735.png)

Уравнение тогда принимает вид: [~2t^2-5t-88 = 0.](http://yourtutor.info/wp-content/uploads/2012/02/95d28ff32318653442290058082e700d.png)

Дискриминант полученного квадратного уравнения положителен:

\[ D = b^2-4ac = 5^2-4\cdot 2\cdot (-88) = 729 = 27^2>0. \]

Это означает, что данное уравнение имеет два корня. Находим их:

\[ \left[\begin{array}{l} t_1 = \frac{-b+\sqrt{D}}{2a} = \frac{-(-5)+\sqrt{729}}{2\cdot 2}} = 8, \\ t_2 = \frac{-b-\sqrt{D}}{2a} = \frac{-(-5)-\sqrt{729}}{2\cdot 2}} = -5,5. \\ \end{array}\right. \]

Переходя к обратной подстановке, получаем:

\[ \left[\begin{array}{l} 2^x = 8, \\ 2^x = -5,5. \\ \end{array}\right. \]

Второе уравнение корней не имеет, поскольку показательная функция строго положительна на всей области определения. Решаем второе:

\[ 2^x = 8\Leftrightarrow 2^x=2^3. \]

С учетом сказанного в теореме 1 переходим к эквивалентному уравнению: *x* = 3. Это и будет являться ответом к заданию.

**Ответ:** *x* = 3.

***Показательные неравенства***

**Пример 1.**  Неравенства, сводящиеся к простейшим. Решаются приведением обеих частей неравенства к степени с одинаковым основанием.

а)> 2 x+2.

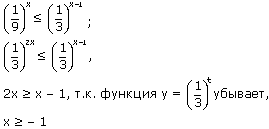
**Решение:**

> 2 x+2;  
х2 > х+2, т.к.а=2   
х2 – х–2 > 0;  
x < – 1; x > 2.

**Ответ:**http://shkola.lv/goods/ymk/algebra/work4/recomend/8/1.gif.

б)http://shkola.lv/goods/ymk/algebra/work4/recomend/8/2.gif.

**Решение:**



**Ответ:**http://shkola.lv/goods/ymk/algebra/work4/recomend/8/4.gif

**Пример 2.**  Неравенства, решаемые с помощью вынесения за скобки общего множителя.

8 × 2х – 1 – 2х > 48

**Решение:**  2х–1 (8 – 2) > 48,

 2х–1  > 8,

 2х–1  > 23,

 х – 1 > 3, т.к. а=2

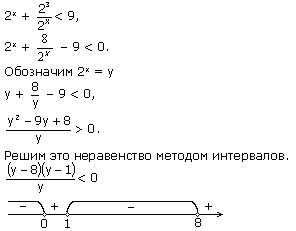
 х > 4.

**Ответ:** http://shkola.lv/goods/ymk/algebra/work4/recomend/8/5.gif

**Пример 3.**  Неравенства, решаемые с помощью замены переменной.

2х + 23 – х < 9

**Решение:**



http://shkola.lv/goods/ymk/algebra/work4/recomend/8/7.gif

а) 2х < 0. Неравенство решений не имеет, т.к. 2х > 0.

б) 1 < 2х< 8; 20 < 2х < 23; 0 < x < 3, т.к. а=2

**Ответ:** (0; 3)

**2. Задания к практической работе.**

**В а р и а н т 1**

1. Решите уравнение:

а) ;

б) ;

в) 

г) =;

д) ;

е) ;

1. Решите неравенство:

а) ;

б) ;

в) .

**В а р и а н т 2**

1. Решите уравнение:

а) ;

б) ;

в) ;

г) ;

д) ;

е) .

1. Решите неравенство:

а) ;

б) ; в)

.**В а р и а н т 3**

1. Решите уравнение:

а) 3x = 81;

б) 

в)

г)

д) ;

е) ;

1. Решите неравенство:

а) ;

б) ;

в) .

**В а р и а н т 4**

1. Решите уравнение:

а) ;

б)

в) ;

г) ;

д) ;

е).

1. Решите неравенство:

а)

б) ;

в)

**ИНСТРУКЦИОННАЯ КАРТA**

для проведения практической работы №8

**Тема занятия:** Решение показательных уравнений и неравенств

**Цель выполнения работы:**

1. Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Решение показательных уравнений и неравенств»*.*
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.

**Необходимо знать:** действия со степенями,основные теоремы и методы решения показательных уравнений и неравенств.

**Необходимо уметь:** правильноприменять теоремы, подбирать методы решений.

**Оборудование (приборы, материалы, дидактическое обеспечение):**

основные теоретические положения; задание и инструкционная карта для проведения практического занятия.

**Порядок выполнения работы, методические указания:**

- ознакомиться с теоретическими положениями по данной теме;

- изучить схему решения задач;

- выполнить задания практической работы;

- сформулировать вывод;

- подготовить отчёт о выполненной работе.

**Содержание отчета:** отчет по практической работе должен содержать: рассуждения по решению задач, необходимые вычисления, ответ; вывод по работе.

**Практическая работа №9**

**Решение логарифмических уравнений и неравенств**

**Цель работы:**

1. Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Решение логарифмических уравнений и неравенств»*.*
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.
3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности студентов.
   * + 1. **Необходимый теоретический материал**

**Логарифмическими уравнениями и неравенствами считают такие уравнения и неравенства, в которых неизвестное содержится под знаком логарифма.**

Для успешного решения логарифмических уравнений и неравенств, вспомним определение и свойства логарифма.

*Логарифмом положительного числа b по основанию а (а>0, а ‡1) называется показатель степени, в которую нужно возвести число а, чтобы получить число b.*

Основные свойства логарифмов:

1) ; 5) = ;

2) ; 6) ;

3) ; 7) ;

4) = ; 8) .

Перечислим основные свойства логарифмической функции:

1. Область определения функции , где  - множество положительных действительных чисел.
2. Множество значений функции  - всё множество действительных чисел.
3. Промежутки монотонности: если  функция возрастает; если  - функция убывает.

***Логарифмические уравнения***

При решении логарифмических уравнений используются два основных метода: 1) переход от уравнения  к уравнению вида; 2) введение новых переменных.

*Замечание.* Так как область определения логарифмической функции только множество положительных действительных чисел, при решении логарифмических уравнений необходимо либо находить область допустимых значений уравнения (ОДЗ), либо после нахождения решений уравнения делать проверку.

Рассмотрим некоторые виды простейших логарифмических уравнений.

Решение простейшего логарифмического уравнения (1) основано на следующем важном свойстве логарифмов:

логарифмы двух положительных чисел по одному и тому же положительному отличному от единицы основанию равны тогда и только тогда, когда равны эти числа.

Для уравнения (1) из этого свойства получаем: - единственный корень.

Для уравнения вида (2) получаем равносильное уравнение .

***Логарифмические неравенства***

Любое логарифмическое неравенство может быть в конечном счете сведено к неравенству вида  (1)

Решение такого неравенства основывается на следующих теоремах:

1. *Если а > 1, то неравенство вида (1) равносильно системе неравенств: *

2. *Если 0 < а < 1, то неравенство (1) равносильно системе неравенств: *

*Замечания* 1. Первые два неравенства систем задают область допустимых значений неравенства (1).

1. В системе из теоремы 1 можно опустить первое неравенство, так как оно следует из второго и третьего. Аналогично в системе из теоремы 2 можно опустить второе неравенство.
2. **Примеры.**

**Пример 1.**

Решить уравнение:

log3(5х – 1) = 2.

**Решение:**

ОДЗ: 5х – 1 > 0; х > 1/5.  
log3(5х– 1) = 2,  
log3(5х – 1) = log332,  
5х - 1 =9,  
х = 2. **Ответ:** 2.

**Пример 2.**

Решить уравнение:

log2(х – 5) + log2(х + 2) = 3.

**Решение:**

ОДЗ:  
http://shkola.lv/goods/ymk/algebra/work5/recomend/11/7.gif

log2(х– 5) + log2(х + 2) = 3,  
log2((х– 5)(х + 2)) = log223,  
(х – 5)(х + 2) = 8,  
х2 – 3х – 18 = 0,  
х1 = 6 http://shkola.lv/goods/ymk/algebra/work5/recomend/11/3_1.gif(5; +);  
х2= –3 http://shkola.lv/goods/ymk/algebra/work5/recomend/11/3_2.gif(5; +), следовательно, х= -3 - посторонний корень.

**Ответ:** 6.

**Пример 3.**

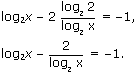
Решить уравнение:

log2х – 2 logх2 = –1

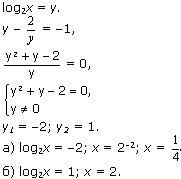
**Решение:**

ОДЗ: x > 0, х ≠ 1

Используя формулу перехода к новому основанию, получим



Обозначим

**Ответ:** http://shkola.lv/goods/ymk/algebra/work5/recomend/11/10.gif

**Пример 4.**

Решить уравнение:

*.*

**Решение.** 1) Обозначим , тогда уравнение примет вид 

2) Решим полученное дробно-рациональное уравнение

3) Найдем значения старой переменной, решив совокупность уравнений:

  *х1*=10, *х2* = 

**Ответ:** *х1*=10, *х2* = .

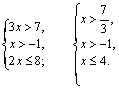
**Пример 5**.

Решить неравенство:

http://matica.org.ua/images/stories/Auifl/image3436.png

***Решение.*** Основание логарифма больше числа 1, поэтому решаем систему

http://matica.org.ua/images/stories/Auifl/image3437.png

Получаем 

Подводя итог, приходим к ответу: http://matica.org.ua/images/stories/Auifl/image3439.png

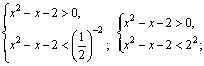
**Пример 6**.

Решить неравенство:

http://matica.org.ua/images/stories/Auifl/image3425.png

**Решение.**

Так как основание логарифма меньше числа 1, то решение неравенства сводится к решению системы



http://matica.org.ua/images/stories/Auifl/image3427.png

Используем далее метод интервалов

http://matica.org.ua/images/stories/Auifl/image3428.png

Получаем ответ: http://matica.org.ua/images/stories/Auifl/image3429.png

**Пример 7.**

Решить неравенство:

http://matica.org.ua/images/stories/Auifl/image3440.png

***Решение.*** Заменяем и решаем кубическое неравенство

http://matica.org.ua/images/stories/Auifl/image3442.png

Разлагаем левую часть неравенства на множители:

http://matica.org.ua/images/stories/Auifl/image3443.png

http://matica.org.ua/images/stories/Auifl/image3444.png

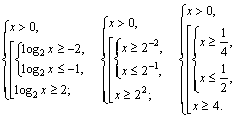
Используем далее метод интервалов

http://matica.org.ua/images/stories/Auifl/image3445.png

Получили решение http://matica.org.ua/images/stories/Auifl/image3446.pngЗаписываем его в виде:

http://matica.org.ua/images/stories/Auifl/image3447.png

Возвращаемся к неизвестной *x* и с учетом ОДЗ заданного неравенства имеем:



Получаем ответ: http://matica.org.ua/images/stories/Auifl/image3449.png

**3.** **Задания к практической работе.**

**В а р и а н т 1**

Решите уравнение:

а) 

б) 

в) 

г)

Решите неравенство:

а) 

б) 

в)

**В а р и а н т 2**

Решите уравнение:

а) 

б) 

в) 

г)

Решите неравенство:

а) 

б) 

в)

**В а р и а н т 3**

Решите уравнение:

а) 

б) 

в) 

г)

Решите неравенство:

а) 

б) 

в)

**В а р и а н т 4**

Решите уравнение:

а) 

б) 

в) 

г)

Решите неравенство:

а) 

б) 

в)

|  |
| --- |
| **ИНСТРУКЦИОННАЯ КАРТА**  для проведения практической работы №9  **Тема занятия:** Решение логарифмических уравнений и неравенств  **Цель выполнения работы:**   1. Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Решение логарифмических уравнений и неравенств»*.* 2. Закрепить и систематизировать знания по теме. 3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности студентов.   **Необходимо знать:** определение и свойства логарифма, основные методы решения логарифмических уравнений и неравенств.  **Необходимо уметь:** правильноприменять свойства логарифма, подбирать методы решений.  **Оборудование (приборы, материалы, дидактическое обеспечение):**  основные теоретические положения; задание и инструкционная карта для проведения практического занятия.  **Порядок выполнения работы, методические указания:**  - ознакомиться с теоретическими положениями по данной теме;  - изучить схему решения задач;  - выполнить задания практической работы;  - сформулировать вывод;  - подготовить отчёт о выполненной работе.  **Содержание отчета:** отчет по практической работе должен содержать: рассуждения по решению задач, необходимые вычисления, ответ; вывод по работе. |

**Практическая работа №10**

**Решение тригонометрических уравнений и неравенств**

**Цель работы:**

1. Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Решение тригонометрических уравнений и неравенств»*.*

1. Закрепить и систематизировать знания по теме.
2. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности студентов.

**1**. **Необходимый теоретический материал**

1. При решении **простейших тригонометрических уравнений** вида ,  обрати внимание на значение числа ***а***! Не всякое такое уравнение имеет корни.

2. Не забывай, что каждое простейшее тригонометрическое уравнение требует использования только «своей»! формулы корней:









3. Помни, что простейшие уравнения частного вида: , ,  и ,   решают с использованием частных формул корней.

4. Если аргумент простейшего уравнения сложен, пользуйся методом замены переменной.

3. Всякое тригонометрическое уравнение сначала необходимо упростить, т.е. привести к простейшему или совокупности (или системе, или совокупности систем, что бывает редко) простейших уравнений. При упрощении уравнения используй все знания о тригонометрических функциях: определение, четность, периодичность, формулы приведения.

Далее, при упрощении:

* Внимательно исследуй аргументы всех тригонометрических функций и с помощью тригонометрических формул измени их так, чтобы они все были равными.
* Приведи подобные слагаемые, проверь, не сделаны ли технические ошибки в применении формул и вычислений.
* Внимательно посмотри на упрощённое уравнение и определи, к какому виду оно относится и каким способом ты его будешь решать (см таблицу).

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Простейшее | Квадратное относит. одной из тригон. функций или сводится к квадратному при использовании основного тригонометр. тождества | Однородное I, II степени относит.  и  или сводящееся к однородному при использовании осн. тригонометрического тождества | Разложение на множители  алгебраическими способами или с применением тригон. формул преобразования суммы в произведение | Уравнение вида  Два равносильных способа: сведение к однородному II-й ст. относительно аргумента или введением вспомогательного аргумента. | Введение замены:  для уравнений вида Прочие приёмы и способы. |

1. **Примеры.**

***1. Разложение на множители.***

Решить уравнение:  cos 2 *x* + sin *x* · cos *x* = 1.

**Решение:** cos 2 *x* + sin *x* · cos *x* – sin 2 *x* – cos 2 *x* = 0 ,

                                 sin *x* · cos *x* – sin 2 *x* = 0 ,

                                  sin *x* · ( cos *x* – sin *x* ) = 0 ,

или |:

*x* = или

**Ответ:** *x* =

***2. Метод подстановки.***

Методом подстановки решаются те тригонометрические уравнения, которые представляют собой квадратные уравнения относительно какой-либо тригонометрической функции. Если в уравнение входят различные тригонометрические функции, то надо выразить их через одну.

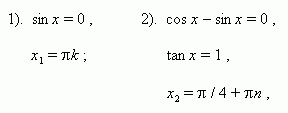
Решить уравнение:





   **Ответ:** 

|  |  |
| --- | --- |
| ***3****.* | ***Приведение к однородному уравнению.***    Решить уравнение:  3sin 2 *x* + 4 sin *x* · cos *x* + 5 cos 2 *x* = 2.    **Решение:** 3sin 2 *x* + 4 sin *x* · cos *x* + 5 cos 2 *x* = 2sin 2 *x* + 2cos 2 *x* ,                                 sin 2 *x* + 4 sin *x* · cos *x* + 3 cos 2 *x* = 0 ,                                 tg2 *x* + 4 tg*x* + 3 = 0 ,  отсюда  *y* 2 + 4*y* +3 = 0 ,                                 корни этого уравнения:  *y*1 = 1,  *y*2 = 3,  отсюда                               1)   tg *x* = –1,                  2)   tg *x* = –3,  http://www.bymath.net/studyguide/tri/sec/tri16g.gif |

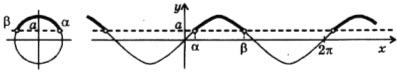


**Ответ: :** *x* =

**Простейшие тригонометрические неравенства** решаются при помощи единичной окружности или графика соответствующей тригонометрической функции.

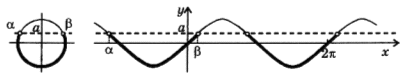
Неравенства : sin x > a, sin x http://shkola.lv/goods/ymk/algebra/work7/theory/16/br.gif a, sin x < a, sin x http://shkola.lv/goods/ymk/algebra/work7/theory/16/mr.gif a

sin x > a http://shkola.lv/goods/ymk/algebra/work7/theory/16/ctr.gif arcsin a + 2http://shkola.lv/goods/ymk/algebra/work7/theory/16/pi.gifn < x < http://shkola.lv/goods/ymk/algebra/work7/theory/16/pi.gif– arcsin a + 2http://shkola.lv/goods/ymk/algebra/work7/theory/16/pi.gifn, n Z



http://shkola.lv/goods/ymk/algebra/work7/theory/16/a.gif = arcsin a; http://shkola.lv/goods/ymk/algebra/work7/theory/16/b.gif = http://shkola.lv/goods/ymk/algebra/work7/theory/16/pi.gif– arcsin a.

sin x < a http://shkola.lv/goods/ymk/algebra/work7/theory/16/ctr.gif – http://shkola.lv/goods/ymk/algebra/work7/theory/16/pi.gif– arcsin a + 2http://shkola.lv/goods/ymk/algebra/work7/theory/16/pi.gifn <x < arcsin a + 2http://shkola.lv/goods/ymk/algebra/work7/theory/16/pi.gifn, n Z



* = – http://shkola.lv/goods/ymk/algebra/work7/theory/16/pi.gif– arcsin a ; http://shkola.lv/goods/ymk/algebra/work7/theory/16/b.gif = arcsin a.

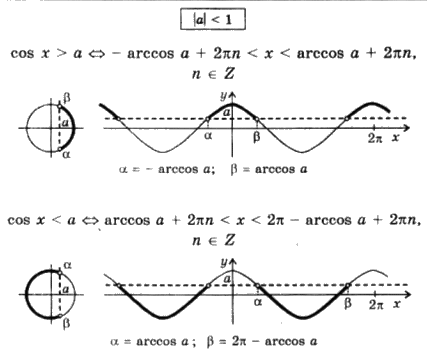
В случае нестрогих неравенств знаки < и > в решениях заменяются соответственно на http://shkola.lv/goods/ymk/algebra/work7/theory/16/mr.gifи http://shkola.lv/goods/ymk/algebra/work7/theory/16/br.gif.

|  |  |
| --- | --- |
| http://shkola.lv/goods/ymk/algebra/work7/theory/16/25.gif | http://shkola.lv/goods/ymk/algebra/work7/theory/16/26.gif |
| http://shkola.lv/goods/ymk/algebra/work7/theory/16/29.gif | http://shkola.lv/goods/ymk/algebra/work7/theory/16/30.gif |
| http://shkola.lv/goods/ymk/algebra/work7/theory/16/27.gif | http://shkola.lv/goods/ymk/algebra/work7/theory/16/28.gif |
| http://shkola.lv/goods/ymk/algebra/work7/theory/16/31.gif | http://shkola.lv/goods/ymk/algebra/work7/theory/16/32.gif |

Во всех приведенных здесь формулах n Z.

Неравенства:

cos x> a; cos x http://shkola.lv/goods/ymk/algebra/work7/theory/16/br.gifa; cos x < a; cos x http://shkola.lv/goods/ymk/algebra/work7/theory/16/mr.gifa.

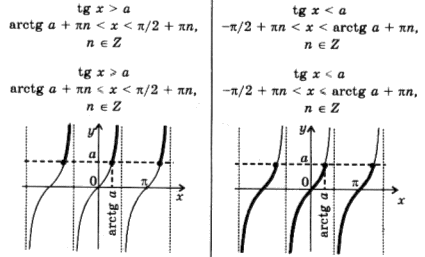


В случае нестрогих неравенств знаки < и > в решениях заменяются соответственно на http://shkola.lv/goods/ymk/algebra/work7/theory/16/mr.gifи http://shkola.lv/goods/ymk/algebra/work7/theory/16/br.gif.

|  |  |
| --- | --- |
| http://shkola.lv/goods/ymk/algebra/work7/theory/16/25.gif | http://shkola.lv/goods/ymk/algebra/work7/theory/16/26.gif |
| http://shkola.lv/goods/ymk/algebra/work7/theory/16/34.gif | http://shkola.lv/goods/ymk/algebra/work7/theory/16/35.gif |
| http://shkola.lv/goods/ymk/algebra/work7/theory/16/27.gif | http://shkola.lv/goods/ymk/algebra/work7/theory/16/28.gif |
| http://shkola.lv/goods/ymk/algebra/work7/theory/16/36.gif | http://shkola.lv/goods/ymk/algebra/work7/theory/16/37.gif |

Во всех приведенных здесь формулах n ЄZ.

Неравенства: tg x > a; tg x http://shkola.lv/goods/ymk/algebra/work7/theory/16/br.gifa; tg x < a; tg x http://shkola.lv/goods/ymk/algebra/work7/theory/16/mr.gifa.

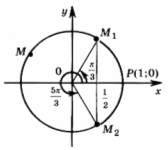


**2. Примеры.**

1.Решить неравенство cos x http://shkola.lv/goods/ymk/algebra/work7/recomend/16/mr.gif1/2.

**Решение:** Абсциссу, не большую 1/2, имеют все точки дуги М1ММ2 единичной окружности

(см. рисунок).



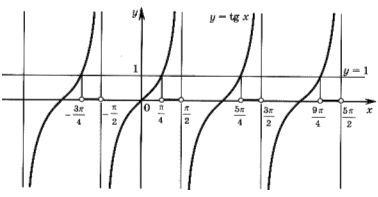
Поэтому решениями неравенства cos x http://shkola.lv/goods/ymk/algebra/work7/recomend/16/mr.gif1/2 являются числа х, принадлежащие промежутку

http://shkola.lv/goods/ymk/algebra/work7/recomend/16/pi.gif/3 http://shkola.lv/goods/ymk/algebra/work7/recomend/16/mr.gifх http://shkola.lv/goods/ymk/algebra/work7/recomend/16/mr.gif5http://shkola.lv/goods/ymk/algebra/work7/recomend/16/pi.gif/3. Все решения данного неравенства – множество отрезков [http://shkola.lv/goods/ymk/algebra/work7/recomend/16/pi.gif/3 +2http://shkola.lv/goods/ymk/algebra/work7/recomend/16/pi.gifn ; 5http://shkola.lv/goods/ymk/algebra/work7/recomend/16/pi.gif/3+2http://shkola.lv/goods/ymk/algebra/work7/recomend/16/pi.gifn ], n http://shkola.lv/goods/ymk/algebra/work7/recomend/16/e.gifZ.

**Ответ:** [http://shkola.lv/goods/ymk/algebra/work7/recomend/16/pi.gif/3 +2http://shkola.lv/goods/ymk/algebra/work7/recomend/16/pi.gifn ; 5http://shkola.lv/goods/ymk/algebra/work7/recomend/16/pi.gif/3+2http://shkola.lv/goods/ymk/algebra/work7/recomend/16/pi.gifn ], n http://shkola.lv/goods/ymk/algebra/work7/recomend/16/e.gifZ.

2.Решить неравенство tg x > 1.

**Решение:** Построим графики функций у = tg x и у = 1.

  
Рисунок показывает, что график функции у = tg x лежит выше прямой у=1 на промежутке (http://shkola.lv/goods/ymk/algebra/work7/recomend/16/pi.gif/4;http://shkola.lv/goods/ymk/algebra/work7/recomend/16/pi.gif/2), а также на промежутках, полученных сдвигами его наhttp://shkola.lv/goods/ymk/algebra/work7/recomend/16/pi.gifn, где n http://shkola.lv/goods/ymk/algebra/work7/recomend/16/e.gifZ.

**Ответ:** (http://shkola.lv/goods/ymk/algebra/work7/recomend/16/pi.gif/4+http://shkola.lv/goods/ymk/algebra/work7/recomend/16/pi.gifn ; http://shkola.lv/goods/ymk/algebra/work7/recomend/16/pi.gif/2 +http://shkola.lv/goods/ymk/algebra/work7/recomend/16/pi.gifn ), где n http://shkola.lv/goods/ymk/algebra/work7/recomend/16/e.gifZ.

**3. Задания к практической работе.**

**Вариант 1**

Решите уравнение:

**1.** **

**2.** 

**3.**

**4.** 

**5.** **

**6.** 

**7.** 

**8.** 

Решить неравенство:

**Вариант 2**

Решите уравнение:

**1.** **

**2.** 

**3.** 

**4.** 

**5.** **

**6.** 

**7.**  - =0

**8.**

Решить неравенство:

**Вариант 3**

Решите уравнение:

**1.**

**8.** *x* =0

Решить неравенство:

**Вариант 4**

Решите уравнение:

**1.**

**8.** *x* =0

Решить неравенство:

**ИНСТРУКЦИОННАЯ КАРТА**

для проведения практической работы №10

**Тема занятия:** Решение тригонометрических уравнений

и неравенств.

**Цель выполнения работы:**

1. Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Решение тригонометрических уравнений и неравенств»*.*
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.

**Необходимо знать:** тригонометрические формулы, формулы корней простейших тригонометрических уравнений.

**Необходимо уметь:** применять основные теоретические факты и тригонометрические формулы при решении тригонометрических уравнений и неравенств, использовать единичную окружность или графики тригонометрических функций при решении тригонометрических неравенств.

**Оборудование (приборы, материалы, дидактическое обеспечение):**

основные теоретические положения; задание и инструкционная карта для проведения практического занятия.

**Порядок выполнения работы, методические указания:**

- ознакомиться с теоретическими положениями по данной теме;

- изучить схему решения задач;

- выполнить задания практической работы;

- сформулировать вывод;

- подготовить отчёт о выполненной работе.

**Содержание отчета:** отчет по практической работе должен содержать: рассуждения по решению задач, необходимые вычисления, ответ; вывод по работе.

**Практическая работа №11**

**Нахождение производных функций**

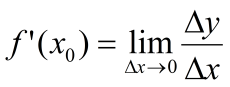
**Цель работы:**

1. Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Нахождение производных функций».
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.
3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности студентов
4. **Необходимый теоретический материал**

Пусть величина *у* зависит от аргумента *х* как *у* = *f(x).* Если *f(x*) была зафиксирована в двух точках значениях аргумента: *x1*, *x2*, то мы получаем величины *у1*= *f(x1),* и *у2*= *f(x2).* Разность двух значений аргумента *x*2, *x*1 назовём **приращением аргумента** и обозначим как Δ*x* = *x*2 - *x*1. Если аргумент изменился на Δ*x* = *x*2-*x*1 , то функция изменилась (приросла) как разность двух значений функции

*у1* = *f(x1*), *у*2 = *f(x2*) на величину приращения функции *Δf.* Записывается обычно так:

Δ*f* = *у1 – у2 = f(x2 ) - f(x1)* . Считается, что если величины *x2* и *x1*, бесконечно близки по величине друг к другу, тогда Δ*x* = *x2*– *x*1, - бесконечно мало.

**Производной функции *f(x)* в точке *x*0** называется предел отношения приращения функции Δ*f* в этой точке к приращению аргумента Δ*х*, когда последнее стремится к нулю (бесконечно мало). 

Нахождение производной называется **дифференцированием**. Функция *f*, имеющая производную в каждой точке некоторого промежутка, называется **дифференцируемой** на данном промежутке.

**Правила дифференцирования** *(и, v, w* — функции аргумента *х,* по которому производится дифференцирование, с - постоянная).

1. *Производная алгебраической суммы* 

2. *Производная произведения*  

3. *Производная частного (дроби)* 

4. *Производная сложной функции (функции от функции).*

Если 

**Таблица основных формул дифференцирования**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№ п/п** | **Функция** | **Производная** | **№ п/п** | **Функция** | **Производная** | **№ п/п** | **Функция** | **Производная** |
| **1** | *C* (постоянная) | 0 | **7** | *ex* | *ex* | **13** | ctg *x* |  |
| **2** | (*n* – постоянная) |  | **8** |  |  | **14** | arcsin *x* |  |
| **3** | *x* | 1 | **9** | ln *x* |  | **15** | arccos *x* |  |
| **4** |  |  | **10** | sin *x* | cos *x* | **16** | arctg *x* |  |
| **5** |  |  | **11** | cos *x* | –sin *x* | **17** | arcctg *x* |  |
| **6** | *ax,* (*a >* 0) | *ax* ln *a* | **12** | tg *x* |  | **18** | lg *x* |  |

1. **Примеры.**

**Пример 1.** Найдите производную функции:

1. ; 2)  3) 

|  |  |
| --- | --- |
| **Решение**  1)  2)  Учитывая, что ; имеем  3)  Учитывая, что  имеем | **Пояснения**  В задании 1 надо найти производную суммы по формуле;  в задании 2 – производную произведения  в задании 3 – производную частного  Также в заданиях 1 и 2 следует использовать формулу , а в задании 2 учесть, что при вычислении производной 2*x* постоянный множитель 2 можно вынести за знак производной. |

**Пример 2.** Вычислите значение производной функции  в точках *х* = 4 и *х* = 0,01.

|  |  |
| --- | --- |
| **Решение** | **Пояснения**  Для нахождения производной в указанных точках достаточно найти производную данной функции и в полученное выражение подставить заданные значения аргумента. При вычислении производной следует учесть, что заданную разность можно рассматривать, как алгебраическую сумму выражений *х*2 и , а при нахождении производной  за знак производной вынести постоянный множитель ( - 5). |

**Пример 3.** Найдите значения *х*, при которых производная функции  равна 0.

|  |  |
| --- | --- |
| **Решение**    Тогда  Ответ: *х* = 2. | **Пояснения**  Чтобы найти соответствующие значения *х,* достаточно найти производную данной функции, приравнять её к нулю и решить полученное уравнение. |

**Пример 4.** Найдите производную функции:

1.  2) 

|  |  |
| --- | --- |
| **Решение**  1)  Учитывая, что  получаем | **Пояснения**  В заданиях 1 и 2 необходимо найти соответственно производную степени и корня, но в основании степени и под знаком корня стоит не аргумент *х,* а выражение с этим аргументом (тоже функция от *х*). Следовательно, необходимо найти производные сложных функций. |

**3. Задания к практической работе**

**1 вариант**

1) Найдите производную функции:

а) з)

б) и)

в) к)

г) л)

д) м)

е) н) ;

ж) о)

2) Найдите значение производной в точке x0:

а)

б) ;

в) .

**2вариант**

1) Найдите производную функции:

а) ; з)

б) и)

в) к)

г) л)

д) м)

е) н)

ж) о)

2) Найдите значение производной в точке x0:

а)

б) в)

**3вариант**

1) Найдите производную функции:

а) ; з)

б) и)

в) к)

г) л)

д) м)

е) н)

ж) о)

2) Найдите значение производной в точке x0:

а)

б) ;

в) .

**4 вариант**

1) Найдите производную функции:

а) ; з)

б) и)

в) к)

г) л)

д) м)

е) н)

ж) о)

2) Найдите значение производной в точке x0:

а)

б) в)

|  |
| --- |
| **ИНСТРУКЦИОННАЯ КАРТА**  для проведения практической работы №11  **Тема занятия:** Нахождение производных функций  **Цель выполнения работы:**   1. Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Нахождение производных функций». 2. Закрепить и систематизировать знания по теме.   **Необходимо знать:**  таблицу основных формул дифференцирования и правила дифференцирования.  **Необходимо уметь:** правильноприменять основные формулы и правила дифференцирования.  **Оборудование (приборы, материалы, дидактическое обеспечение):**  основные теоретические положения; задания и инструкционная карта для проведения практического занятия.  **Порядок выполнения работы, методические указания:**  - повторить теоретические положения по данной теме;  - изучить схему решения заданий;  - выполнить задания практической работы;  - сформулировать вывод;  - подготовить отчёт о выполненной работе.  **Содержание отчета:** отчет по практической работе должен содержать: рассуждения по решению задач, необходимые вычисления, ответ; вывод по работе. |

**Практическая работа №12**

**Исследование функций с помощью производных**

**Цель работы:**

1. Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Исследование функций с помощью производных»*.*
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.
3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности студентов.

1. **Необходимый теоретический материал**

**1). Общая схема исследования и построения графика функции**

При построении графиков функций можно примерно придерживаться следующего плана:

1. Найти область определения функции, выявить точки разрыва, если они есть.

2. Выяснить, является ли функция четной или нечетной.

3. Выяснить, является ли функция периодической.

4. Найти точки пересечения графика с осями координат (нули функции).

5. Найти асимптоты графика.

6. Вычислить производную функции *f'*(*x*) и определить критические точки.

7. Найти промежутки монотонности функции.

8. Определить экстремумы функции *f*(*x*).

9. Вычислить вторую производную *f''*(*x*).

10. Определить направление выпуклости графика и точки перегиба.

11. Построить график, используя полученные результаты исследования.

Следует иметь в виду, что при построении графика функции можно не всегда следовать указанному плану. Например, не всегда можно найти нули функции, даже если они существуют. Для построения графиков функций в ряде случаев пункты 9 и 10 можно пропустить.

Иногда для более точного построения дополнительно находят координаты некоторых точек графика.

**Пример.**

Исследовать функцию *f* (*x*) = *x*3–3*x*2 и построить ее график.

Решение:

1. Область определения функции - вся числовая ось.

2. Функция *f* (*x*) = *x*3–3*x*2 непрерывна на всей области определения. Точек разрыва нет.

3. Четность, нечетность, периодичность:

*f*(*–x*) = (*–x*)3–3(*–x*)2 = –(*x*3+3*x*2) ≠ *f*(*x*) и *f*(*–x*) = (*–x*)3–3(*–x*)2 = –(*x*3+3*x*2) ≠ –*f*(*x*)

Функция не является ни четной, ни нечетной. Функция непериодическая.

4. Точки пересечения с осями координат:

*Ox*: *y*=0, *x*3–3*x*2=0, *x*2(*x*–3)=0 ⇒ *x*=0, *x*=3. Значит (0;0), (3;0) - точки пересечения с осью O*x.*

*Oy*: *x* = 0 ⇒ *y* = 0. Значит (0;0) - точка пересечения с осью O*y*.

5. Промежутки монотонности и точки экстремума:

*y'*=0 ⇒ 3*x*2–6*x* =0 ⇒ 3*x*(*x*–2) = 0 ⇒ *x* = 0, *x* = 2 - критические точки.

Промежутки монотонности, где функция возрастает или убывает, показаны в таблице стрелками. Экстремумы функции занесены в таблицу.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x |  | 0 |  | 2 |  |
| f '(x) | + | 0 | – | 0 | + |
| f (x) | ↑ | fmax=0 | ↓ | fmin=–4 | ↑ |

7\*. Вычисление второй производной: *y''*=0, 6*x*–6 = 0, *x* = 1.

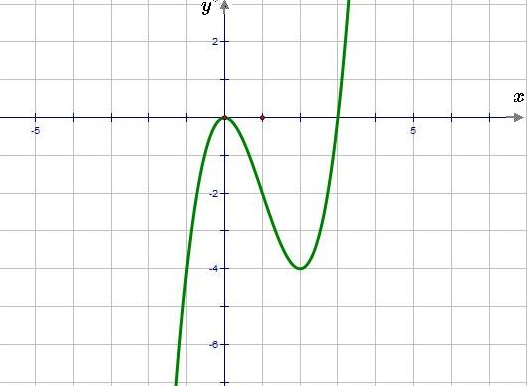
8\*. Промежутки выпуклости и точки перегиба:  
Направление выпуклости графика и точки перегиба занесены в таблицу.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| x |  | 1 |  |
| f "(x) | – | 0 | + |
| f (x) | Выпукла вверх | Точка перегиба y = –2 | Выпукла вниз |

(Пункты 7\* и 8\* не являются обязательными).

9. Найдем значение функции в дополнительной точке: *f*(–1) = (–1)3– 3(–1)2 = –1–3 = –4.

10. Искомый график функции.



**2). Алгоритм нахождения наибольшего и наименьшего значения непрерывной функции на отрезке [a;b].**

Запишем алгоритм, позволяющий находить наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке.

1. Находим [область определения функции](http://www.cleverstudents.ru/functions_researching/function_domain.html) и проверяем, содержится ли в ней весь отрезок *[a;b]*.
2. Находим все точки, в которых не существует первая производная и которые содержатся в отрезке *[a;b]* (обычно такие точки встечаются у функций с аргументом под знаком модуля и у степенных функций с дробно-рациональным показателем). Если таких точек нет, то переходим к следующему пункту.
3. Определяем все стационарные точки, попадающие в отрезок *[a;b]*. Для этого, [находим производную функции](http://www.cleverstudents.ru/derivative/differentiation.html), приравниваем ее к нулю, решаем полученное уравнение и выбираем подходящие корни. Если стационарных точек нет или ни одна из них не попадает в отрезок, то переходим к следующему пункту.
4. Вычисляем значения функции в отобранных стационарных точках (если такие имеются), в точках, в которых не существует первая производная (если такие имеются), а также при *x=a* и *x=b*.
5. Из полученных значений функции выбираем наибольшее и наименьшее - они и будут искомыми наибольшим и наименьшим значениями функции соответственно.

Разберем алгоритм при решении примера на нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке.

**Пример.**

Найти наибольшее и наименьшее значение функции y=

* на отрезке [1;4];
* на отрезке [-4;-1].

Решение.

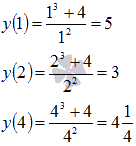
Областью определения функции является все множество действительных чисел, за исключением нуля, то есть формула. Оба отрезка попадают в область определения.

Находим производную функции по [правилу дифференцирования дроби](http://www.cleverstudents.ru/derivative/differentiation_rules.html):  
=

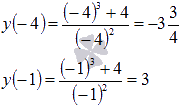
Очевидно, производная функции существует во всех точках отрезков [1;4] и [-4;-1].

Стационарные точки определим из уравнения= 0

. Единственным действительным корнем является *x=2*. Эта стационарная точка попадает в первый отрезок [1;4].

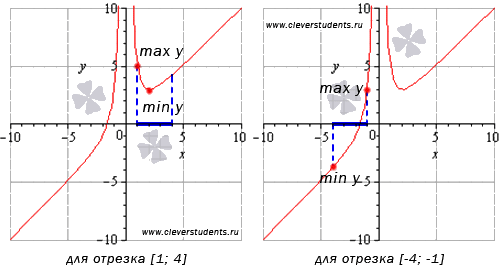
Для первого случая вычисляем значения функции на концах отрезка и в стационарной точке, то есть при x=1, x=2 и x=4:  


Следовательно, наибольшее значение функции формуладостигается при x=1, а наименьшее значение формула– при x=2.

Для второго случая вычисляем значения функции лишь на концах отрезка *[-4;-1]* (так как он не содержит ни одной стационарной точки):  


Следовательно, формула.

**Графическая иллюстрация.**



**3. Задания к практической работе**

Вариант 1.

1. Исследуйте с помощью производной функцию  и постройте ее график.
2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  на отрезке .

Вариант 2.

1. Исследуйте с помощью производной функцию  и постройте ее график.
2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  на отрезке .

Вариант 3.

1. Исследуйте с помощью производной функцию  и постройте ее график.
2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  на отрезке .

Вариант 4.

1. Исследуйте с помощью производной функцию  и постройте ее график.
2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  на отрезке 

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **ИНСТРУКЦИОННАЯ КАРТА**  для проведения практической работы №13 Тема занятия: Нахождение первообразных функций. Нахождениенеопределённого интеграла. **Цель выполнения работы:**   1. Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Нахождение первообразных функций. Нахождение неопределённого интеграла». 2. Закрепить и систематизировать знания по теме.   **Необходимо знать:** определение первообразной функции, таблицу первообразных, свойства неопределённого интеграла.  **Необходимо уметь:** правильноприменять таблицу первообразных и свойства неопределённого интеграла.  **Оборудование (приборы, материалы, дидактическое обеспечение):**  основные теоретические положения; задания и инструкционная карта для проведения практического занятия.  **Порядок выполнения работы, методические указания:**  - повторить теоретические положения по данной теме;  - изучить схему решения заданий;  - выполнить задания практической работы;  - сформулировать вывод;  - подготовить отчёт о выполненной работе.  **Содержание отчета:** отчет по практической работе должен содержать: рассуждения по решению задач, необходимые вычисления, ответ; вывод по работе.  **Практическая работа №14**  **Многогранники и площади их поверхностей.**  **Цель работы:**  1. Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Многогранники и площади их поверхностей*».*  2. Закрепить и систематизировать знания по теме.  3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности студентов.  **1. Необходимый теоретический материал**  **Многогранник.**  *Многогранник –* геометрическое тело, ограниченное плоскими многоугольниками. Многоугольники, ограничивающие многогранник , называются *гранями*, их стороны - *рёбрами*, а вершины - *вершинами* многогранника. Отрезки, соединяющие две какие-нибудь вершины, не лежащие на одной грани,  называются *диагоналями* многогранника.  Мы будем рассматривать только выпуклые многогранники, т.е. такие, которые расположены по одну  сторону от каждой своей грани.  **Призма.**   |  |  | | --- | --- | | *Призмой* называется многогранник, у которого две грани - равные многоугольники с соответственно параллельными сторонами, а все остальные грани - параллелограммы.  Многоугольники, лежащие в параллельных плоскостях, называются *основаниями* призмы; перпендикуляр, опущенный из какой-нибудь точки одного основания на другое, называется *высотой* призмы. Параллелограммы называются *боковыми гранями* призмы, а их стороны, соединяющие соответственные вершины оснований, - *боковыми рёбрами*. У призмы все боковые рёбра равны, как отрезки параллельных прямых, заключённые между параллельными плоскостями. | http://www.gdzbest.ru/textbook_online/mathematics/math_ster/G4_1.gif |   Плоскость, проведённая через какие-нибудь два боковых ребра, не принадлежащих одной грани призмы, называется *диагональной плоскостью*.  Призма, боковые ребра которой перпендикулярны основаниям, называется прямой, в противном случае — наклонной. Прямая призма, у которой в основаниях лежат правильные n-угольники, называется  *правильной*.  **Параллелепипед.**  *Параллелепипедом* называют призму, у которой основаниями служат параллелограммы.  Прямой параллелепипед называется *прямоугольным*, если его основания - прямоугольники.  Три ребра прямоугольного параллелепипеда, сходящиеся в одной вершине, называются его *измерениями*.  Прямоугольный параллелепипед, имеющий равные измерения, называется *кубом*.  **Свойства граней и диагоналей параллелепипеда.**   1. **Теорема: В параллелепипеде противоположные грани равны и параллельны.** 2. **Теорема: В параллелепипеде все четыре диагонали пересекаются в одной точке и делятся в ней пополам.** 3. **Теорема: В прямоугольном параллелепипеде квадрат любой диагонали равен сумме квадратов трёх его измерений.**   **Пирамида.**   |  |  | | --- | --- | | *Пирамидой* называется многогранник, у которого одна грань, называемая основанием, есть какой-нибудь многоугольник, а все остальные грани, называемые боковыми, - треугольники, имеющие общую вершину.  Общая вершина боковых треугольников называется *вершиной* пирамиды, а перпендикуляр, опущенный из вершины на основание, *- её высотой* . | http://www.gdzbest.ru/textbook_online/mathematics/math_ster/G4_2.gif |   Плоскость, проведённая через вершину пирамиды и какую-нибудь диагональ основания, называется *диагональной плоскостью*.  Пирамиды бывают треугольные, четырёхугольные и т.д., смотря по тому, лежит ли в основании  треугольник, четырёхугольник и т.д. Треугольная пирамида называется *тетраэдром*; у такой пирамиды  все четыре грани - треугольники.  Пирамида называется *правильной*, если, во-первых, её основание есть правильный многоугольник и,  во-вторых, высота проходит через центр этого многоугольника. В правильной пирамиде все боковые  рёбра равны между собой. Поэтому все боковые грани правильной пирамиды - равные равнобедренные треугольники. Высота боковой грани правильной пирамиды называется *апофемой*.  Часть пирамиды, заключённая между основанием и секущей плоскостью, параллельной основанию, называется *усечённой пирамидой*. Параллельные многоугольники называются *основаниями*, а расстояние между ними - *высотой*. Усечённая пирамида называется *правильной*, если она составляет часть  правильной пирамиды.  **Боковая поверхность призмы и пирамиды.**   1. **Теорема: Боковая поверхность призмы равна произведению перпендикулярного сечения на боковое ребро.**   **Следствие: Боковая поверхность прямой призмы равна произведению периметра основания**  **на высоту.**   1. **Теорема: Боковая поверхность правильной пирамиды равна произведению периметра**   **основания на половину апофемы.**   1. **Теорема: Боковая поверхность правильной усечённой пирамиды равна произведению**   **полусуммы периметров обоих оснований на апофему.**  **2. Примеры**   1. Площадь боковой поверхности правильной треугольной призмы равна площади основания. Вычислите длину бокового ребра, если сторона основания 7см   **Решение**.  Площадь правильного треугольника в основании призмы находится по формуле:  По условию задачи a = 7 см  Так как площадь грани призмы в данном случае будет равна 7h, где h - высота бокового ребра, количество граней - три, то   49√3 / 4 = 3 \* 7h  49√3 / 4 = 21h  откуда  h = 7√3 / 12  **Ответ**: длина бокового ребра правильной треугольной призмы равна 7√3 / 12   1. Найти площадь правильной треугольной призмы, сторона основания которой 6 см, а высота - 10 см.   **Решение**.  Площадь правильного треугольника в основании призмы находится по формуле:  По условию задачи a = 6 см  откуда S = √3 / 4 \* 36 = 9√3  Поскольку у правильной треугольной призмы оснований два, то площадь оснований будет равна   9√3 \* 2 =   18√3  Площадь каждой из граней будет равна 6 \* 10 = 60, а поскольку граней три, то 60 \* 3 = 180  Таким образом, площадь полной поверхности призмы будет равна 180 + 18√3 ≈ 211, 18 см кв.  **Ответ**:  180 + 18√3 ≈ 211,18   1. В правильной четырёхугольной призме площадь основания 144 см2, а высота 14 см. Найти   диагональ призмы и площадь полной поверхности.  **Решение**.  Правильный четырехугольник - это квадрат.  Соответственно, сторона основания будет равна √144 = 12 см.  Откуда диагональ основания правильной прямоугольной призмы будет равна  √( 122 + 122 ) = √288 = 12√2   Диагональ правильной призмы образует с диагональю основания и высотой призмы  прямоугольный треугольник. Соответственно, по теореме Пифагора диагональ заданной  правильной четырехугольной призмы будет равна:  √( ( 12√2 )2 + 142 ) = 22 см   **Ответ**: 22 см   1. Боковая грань правильной треугольной пирамиды представляет собой правильный треугольник, площадь которого 16√3см2. Вычислить периметр основания пирамиды.   **Решение**.   Правильный треугольник - это равносторонний треугольник. Соответственно, боковая грань пирамиды представляет собой равносторонний треугольник.  Площадь равностороннего треугольника равна:  Формула нахождения площади равностороннего треугольника Соответственно:  16√3 = a2 √3 / 4  16 = a2 / 4  a2 = 64  a = 8 см   Основанием правильной треугольной пирамиды является правильный (равносторонний)  треугольник. Таким образом, периметр основания пирамиды равен  8 \* 3 = 24 см   **Ответ**: 24 см.  **3. Задания к практической работе**  Вариант 1  1. В правильной треугольной пирамиде сторона основания равна 8 см, апофема равна 13 см. Найдите  площадь полной поверхности.  2.В правильной четырёхугольной призме площадь основания 144 см2, а высота 14 см. Найти диагональ призмы и площадь полной поверхности.  Вариант 2  1. Стороны основания правильной четырёхугольной пирамиды равны 72, боковые рёбра равны 39. Найти площадь полной поверхности этой пирамиды.  2. Сторона основания правильной четырёхугольной призмы АВСДА1В1С1Д1 равна 4, а боковое ребро – 5. Найдите площадь сечения, которое проходит через ребро АА1 и вершину С.  Вариант 3  1. В правильной четырёхугольной пирамиде сторона основания равна 8 см, апофема равна 12 см. Найдите площадь полной поверхности.  2. Площадь боковой поверхности правильной треугольной призмы равна площади основания. Вычислите длину бокового ребра, если сторона основания 7см  Вариант 4  1. Найдите площадь боковой поверхности прямой призмы, в основании которой лежит ромб  с диагоналями, равными 16 и 30, и боковым ребром, равным 40.  2. Сторона основания правильной четырёхугольной призмы АВСДА1В1С1Д1 равна 3, а боковое ребро – 4. Найдите площадь сечения, которое проходит через сторону основания АД и вершину С1.  Дополнительно:  1. Найти площадь правильной треугольной призмы, сторона основания которой 6 см, а высота - 10 см.  2. Боковая грань правильной треугольной пирамиды представляет собой правильный треугольник,  площадь которого 16√3 см2. Вычислить периметр основания пирамиды.   |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | **ИНСТРУКЦИОННАЯ КАРТА**  для проведения практической работы №14  **Тема занятия:** Многогранники и площади их поверхностей.  **Цель выполнения работы:**   1. Корректировать знания, умения и навыки по теме: « Многогранники и площади их поверхностей». 2. Закрепить и систематизировать знания по теме.   **Необходимо знать:** определения призмы, пирамиды, усечённой пирамиды и формулы для нахождения их полной и боковой поверхностей.  **Необходимо уметь:** правильноприменять формулы при решении задач.  **Оборудование (приборы, материалы, дидактическое обеспечение):**  основные теоретические положения; задания и инструкционная карта для проведения практического занятия.  **Порядок выполнения работы, методические указания:**  - повторить теоретические положения по данной теме;  - изучить схему решения заданий;  - выполнить задания практической работы;  - сформулировать вывод;  - подготовить отчёт о выполненной работе.  **Содержание отчета:** отчет по практической работе должен содержать: рассуждения по решению задач, необходимые вычисления, ответ; вывод по работе.    **Практическая работа №15**  **Фигуры вращения и площади их поверхностей.**  **Цель работы:**   1. Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Фигуры вращения и площади их поверхностей*».* 2. Закрепить и систематизировать знания по теме. 3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности студентов.   **1. Необходимый теоретический материал**  Конус, цилиндр и шар — это тела вращения. Они так называются, потому что их можно получить,  вращая определенную фигуру вокруг некоторой оси.  **Цилиндром** называется тело, которое состоит из двух кругов, совмещаемых параллельным переносом, и всех отрезков, соединяющих соответствующие точки этих кругов. Эти круги называются **основаниями цилиндра**, а отрезки, соединяющие соответствующие точки оснований, — **образующими цилиндра**.  Если образующие перпендикулярны основаниям, то цилиндр называется **прямым цилиндром**.  Мы будем рассматривать только прямые цилиндры. Прямой цилиндр можно получить, если вращать прямоугольник вокруг одной из его сторон.  **Высота цилиндра** — это отрезок, соединяющий основания и перпендикулярный основаниям цилиндра.  Каждая образующая прямого цилиндра равна высоте.  Конец формы  Следующий важнейший пример тела вращения — это шар.  **Шар** — тело, состоящее из всех точек пространства, находящихся на расстоянии не более R от некоторой точки, которая называется **центром** шара. R называется**радиусом** шара.  **Сфера** — это поверхность шара. Сфера является множеством точек, отстоящих от ее центра на расстояние R.  Шар можно получить вращением полукруга вокруг его диаметра, а сферу – вращением полуокружности вокруг её диаметра.  **Конус** — это тело, которое получается при объединении всех отрезков, соединяющих точки круга (основание конуса) с вершиной конуса.  **Прямой конус** — это конус, вершина которого лежит на прямой, перпендикулярной основанию и проходящей через центр основания. Эта прямая называется **осью** прямого конуса.  **Высота конуса** — это отрезок, проведенный из вершины конуса к основанию перпендикулярно основанию конуса. Отрезок, который соединяет вершину конуса с окружностью в основании, называется **образующей** конуса.  Прямой конус можно получить вращением прямоугольного треугольника вокруг одного из его катетов.    **Площади тел вращения:**   |  |  | | --- | --- | | ***Площадь боковой поверхности цилиндра***  S[1>:] = `+`(`*`(2, `*`(Pi, `*`(R, `*`(H)))))  ***Площадь полной поверхности цилиндра***  `and`(S[?>;=] = `+`(`*`(2, `*`(S[>])), S[1>:]), `+`(`*`(2, `*`(S[>])), S[1>:]) = `+`(`*`(2, `*`(Pi, `*`(`+`(R, H), `*`(R)))))) | Image | | ***Площадь боковой поверхности конуса***  ***S[1>:] = `*`(Pi, `*`(R, `*`(l)))***  ***Площадь полной поверхности конуса***  `and`(S[?>;=] = `+`(S[>], S[1>:]), `+`(S[>], S[1>:]) = `*`(Pi, `*`(R, `*`(`+`(R, l))))) | Image | | ***Площадь боковой поверхности усеченного  конуса***  ***S[1>:] = `*`(Pi, `*`(l, `*`(`+`(R, r))))***  ***Площадь полной поверхности усеченного  конуса***  S[?>;=] = `*`(Pi, `*`(`+`(`*`(`^`(R, 2)), `*`(`^`(r, 2)), `*`(`+`(R, r), `*`(l))))) | Image | | ***Площадь поверхности сферы***  ***S = `+`(`*`(4, `*`(Pi, `*`(`^`(R, 2)))))*** | http://festival.1september.ru/articles/594899/Image4224.jpg |   **2. Примеры**  Сечение шара плоскостью имеет площадь 36http://edu.znate.ru/tw_files2/urls_38/3/d-2239/2239_html_m74733c04.gif(мhttp://edu.znate.ru/tw_files2/urls_38/3/d-2239/2239_html_m1bc35dc9.gif). Радиус шара 10м. Найти расстояние  от центра шара до плоскости сечения.  Дhttp://edu.znate.ru/tw_files2/urls_38/3/d-2239/2239_html_m623160c6.pngано: шар S(O,OX) Shttp://edu.znate.ru/tw_files2/urls_38/3/d-2239/2239_html_11390b01.gif= 36http://edu.znate.ru/tw_files2/urls_38/3/d-2239/2239_html_m74733c04.gif(мhttp://edu.znate.ru/tw_files2/urls_38/3/d-2239/2239_html_m1bc35dc9.gif) , R = OX = 10 м   Найти: ООhttp://edu.znate.ru/tw_files2/urls_38/3/d-2239/2239_html_m647a67f8.gif  Решение:  1. Любое сечение шара плоскостью есть круг. Shttp://edu.znate.ru/tw_files2/urls_38/3/d-2239/2239_html_11390b01.gif= http://edu.znate.ru/tw_files2/urls_38/3/d-2239/2239_html_m74733c04.gifrhttp://edu.znate.ru/tw_files2/urls_38/3/d-2239/2239_html_m1bc35dc9.gif 36http://edu.znate.ru/tw_files2/urls_38/3/d-2239/2239_html_m74733c04.gif = http://edu.znate.ru/tw_files2/urls_38/3/d-2239/2239_html_m74733c04.gifrhttp://edu.znate.ru/tw_files2/urls_38/3/d-2239/2239_html_m1bc35dc9.gif http://edu.znate.ru/tw_files2/urls_38/3/d-2239/2239_html_1b730b13.gif rhttp://edu.znate.ru/tw_files2/urls_38/3/d-2239/2239_html_m1bc35dc9.gif= 36 (мhttp://edu.znate.ru/tw_files2/urls_38/3/d-2239/2239_html_m1bc35dc9.gif)  2. http://edu.znate.ru/tw_files2/urls_38/3/d-2239/2239_html_2e85d6ba.gifООhttp://edu.znate.ru/tw_files2/urls_38/3/d-2239/2239_html_m647a67f8.gifХ – прямоугольный  ООhttp://edu.znate.ru/tw_files2/urls_38/3/d-2239/2239_html_m647a67f8.gif = h , Ohttp://edu.znate.ru/tw_files2/urls_38/3/d-2239/2239_html_m647a67f8.gifX = r , OX = R  hhttp://edu.znate.ru/tw_files2/urls_38/3/d-2239/2239_html_m1bc35dc9.gif= Rhttp://edu.znate.ru/tw_files2/urls_38/3/d-2239/2239_html_m1bc35dc9.gif- rhttp://edu.znate.ru/tw_files2/urls_38/3/d-2239/2239_html_m1bc35dc9.gif - т. Пифагора   hhttp://edu.znate.ru/tw_files2/urls_38/3/d-2239/2239_html_m1bc35dc9.gif=100 – 36 =64, h = 8 м Ответ: h = 8м  2. Площадь боковой поверхности цилиндра равна 72π, а диаметр основания — 9. Найдите  высоту цилиндра.  Осевое сечение цилиндра    Площадь боковой поверхности цилиндра находится по формуле:  http://matematikalegko.ru/wp-content/uploads/2013/02/74.gif  Значит,    http://matematikalegko.ru/wp-content/uploads/2013/02/83.gif  Ответ: 8    3. Высота конуса равна 57, а диаметр основания — 152. Найдите образующую конуса.    [Осевое сечение конуса](http://matematikalegko.ru/wp-content/uploads/2013/02/Image-2.gif)  Рассмотрим осевое сечение конуса. По теореме Пифагора:    http://matematikalegko.ru/wp-content/uploads/2013/02/210.gif  Ответ: 95   1. **Задания к практической работе**   **Вариант №1**  1. Диагональ осевого сечения цилиндра равна 48 см. Угол между этой диагональю и образующей  цилиндра равен 60◦. Найдите площадь основания цилиндра.  2. Осевое сечение конуса есть равносторонний треугольник со стороной **а**. Найдите площадь боковой поверхности этого конуса.  **Вариант №2**  1. Диагональ осевого сечения цилиндра наклонена к плоскости основания под углом 60° и равна 20 см. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.  2. Радиусы двух шаров равны 8 и 15. Найдите радиус шара, площадь поверхности которого равна сумме площадей их поверхностей.  **Вариант №3**  1. Длина окружности основания цилиндра равна 7. Площадь боковой поверхности равна 105. Найдите высоту цилиндра.  2. Осевое сечение конуса есть равнобедренный прямоугольный треугольник с гипотенузой, равной **с**. Найдите площадь боковой поверхности этого кону    **Вариант №4**  1. Сечение шара плоскостью имеет площадь 36π м2. Радиус шара 10м. Найти расстояние от центра шара  до плоскости сечения.  2. Высота конуса равна 2 √3 см. Найдите площадь боковой поверхности и площадь осевого сечения  конуса, если оно является правильным треугольником.  **Дополнительно:**  1. Радиус меньшего основания усеченного конуса равен 5, высота равна 6, а расстояние от центра меньшего основания до окружности большего основания равно 10. Найдите площадь боковой  поверхности усеченного конуса.  2. Осевое сечение цилиндра – квадрат, площадь которого равна 80 см2. Найдите площадь сечения, проведенного параллельно оси цилиндра, если его диагональ равна 10 см. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.  **ИНСТРУКЦИОННАЯ КАРТА**  для проведения практической работы №15  **Тема занятия:** Фигуры вращения и площади их поверхностей.  **Цель выполнения работы:**   1. Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Фигуры вращения и площади   их поверхностей».   1. Закрепить и систематизировать знания по теме.   **Необходимо знать:** определения цилиндра, конуса, усечённого конуса, шара и сферы и формулы для нахождения их полной и боковой поверхностей.  **Необходимо уметь:** правильноприменять формулы при решении задач.  **Оборудование (приборы, материалы, дидактическое обеспечение):**  основные теоретические положения; задания и инструкционная карта для проведения практического занятия.  **Порядок выполнения работы, методические указания:**  - повторить теоретические положения по данной теме;  - изучить схему решения заданий;  - выполнить задания практической работы;  - сформулировать вывод;  - подготовить отчёт о выполненной работе.  **Содержание отчета:** отчет по практической работе должен содержать: рассуждения по решению задач, необходимые вычисления, ответ; вывод по работе.  **Практическая работа №16**  **Объёмы геометрических тел**  **Цель работы:**   1. Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Объёмы геометрических тел*».* 2. Закрепить и систематизировать знания по теме. 3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности студентов. 4. **Необходимый теоретический материал**   **Объём куба**  Куб  **Объем куба** равен кубу длины его грани.  Формула объема куба:  **V = a3**  где V - объем куба,  a - длина грани куба.  **Объём призмы**  призма  **Объем призмы** равен произведению площади основания призмы, на высоту.  Формула объема призмы:  **V = Sосн. h**  где V - объем призмы,  Sосн. - площадь основания призмы,  h - высота призмы.  **Объём параллелепипеда**  параллелепипед  **Объем параллелепипеда** равен произведению площади основания на высоту.  Формула объема параллелепипеда:  **V = Sосн. · h**  где  V - объем параллелепипеда,  Sосн. - площадь основания,  h - длина высоты.  **Объём пирамиды**  пирамида  **Объем пирамиды** равен трети от произведения площади ее основания на высоту.  Формула объема пирамиды:  **V=Sосн.**  где V - объем пирамиды,  Soсн. - площадь основания пирамиды,  h - длина высоты пирамиды.    **Объём цилиндра**  цилиндр  **Объем цилиндра** равен произведению площади его основания на высоту.  Формулы объема цилиндра:  **V = π R2 h**  **V = Sосн. h**  где V - объем цилиндра,  Sосн. - площадь основания цилиндра,  R - радиус цилиндра,  h - высота цилиндра.  **Объём конуса**  конус  **Объем конуса** равен трети от произведению площади его основания на высоту.  Формулы объема конуса:  **V = π R2 h**  **V = Sосн. h**  где V - объем конуса,  Sосн. - площадь основания конуса,  R - радиус основания конуса,  h - высота конуса.  **Объём шара**  шар  **Объем шара** равен четырем третим от его радиуса в кубе помноженого на число пи.  Формула объема шара:  **V = π R3**  где V - объем шара,  R - радиус шара.   1. **Задания к практической работе**   **Вариант №1**  1. Основанием пирамиды является прямоугольник со сторонами 3и 4. Её объём равен 16. Найдите  высоту этой пирамиды.  2. Образующая прямого конуса равна 4 см и наклонена к плоскости основания под углом 30. Найдите объём конуса  3. Цилиндр описан около шара. Объём шара равен 24. Найдите объём цилиндра.  **Вариант №2**   1. Найдите объём конуса, полученного вращением равнобедренного прямоугольного треугольника   с гипотенузой см вокруг своего катета.   1. Основание прямоугольного параллелепипеда – квадрат. Найдите объём параллелепипеда, если его высота равна 4 см, а диагональ параллелепипеда образует с плоскостью основания угол 45 . 2. Конус вписан в цилиндр. Объем конуса равен 5. Найдите объем цилиндра.   **Вариант №3**   1. Диагональ осевого сечения цилиндра 13 см, высота 5 см. Найдите объём цилиндра. 2. Найдите объём прямоугольного параллелепипеда, если его длина равна 6 см, ширина – 7 см, а диагональ – 11 см. 3. Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания которого равен 4.   Объем параллелепипеда равен 16. Найдите высоту цилиндра.  **Вариант №4**   1. Основанием пирамиды является прямоугольник со сторонами 2 и 4. Её объём равен 8. Найдите   высоту этой пирамиды.   1. Образующая и радиусы большего и меньшего основания усечённого конуса равны соответственно   13 см, 11 см, 6 см. Вычислите объём этого конуса.   1. В основании прямой призмы лежит прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8. Боковые ребра   равны . Найдите объем цилиндра, описанного около этой призмы.  **Дополнительно:**   1. Правильная четырехугольная призма описана около цилиндра, радиус основания которого равен 2. Площадь боковой поверхности призмы равна 48. Найдите высоту цилиндра. 2. Объём шара  см3. Вычислите площадь поверхности шара. 3. Радиус основания конуса равен 20 см, образующая – 20,5 см. Конус пересечен плоскостью, параллельной основанию , на расстоянии 1,5 см от его вершины. Найдите радиус полученного   сечения, объем и площадь полной поверхности конуса.  **ИНСТРУКЦИОННАЯ КАРТА**  для проведения практической работы №16  **Тема занятия:** Объёмы геометрических тел  **Цель выполнения работы:**   1. Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Объёмы геометрических тел». 2. Закрепить и систематизировать знания по теме.   **Необходимо знать:** формулы для нахождения объёмов многогранников и фигур  вращения.  **Необходимо уметь:** правильноприменять формулы при решении задач.  **Оборудование (приборы, материалы, дидактическое обеспечение):**  основные теоретические положения; задания и инструкционная карта для проведения практического занятия.  **Порядок выполнения работы, методические указания:**  - повторить теоретические положения по данной теме;  - изучить схему решения заданий;  - выполнить задания практической работы;  - сформулировать вывод;  - подготовить отчёт о выполненной работе.  **Содержание отчета:** отчет по практической работе должен содержать: рассуждения  по решению задач, необходимые вычисления, ответ; вывод по работе. | |